

การคำนวณค่าขีดจำกัดคุณภาพ ผ่านออกโดยเฉลี่ยของแผนการสุ่มตัวอย่าง

*ไพฑูรย์ อ้อยยิ่ง

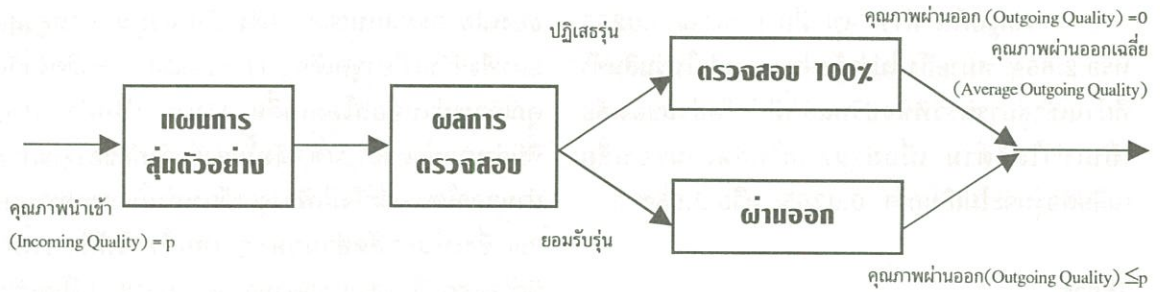
บทนำ

การสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับเป็นการตรวจสอบเพื่อการยอมรับหรือปฏิเสธวัตถุดิบที่จะนำเข้าสู่กระบวนการผลิตหรือเพื่อการตัดสินใจส่งมอบสินค้าให้กับลูกค้าการตรวจสอบจะทำได้โดยวิธีสุ่มตัวอย่างจากของที่ส่งมาแล้วทำการตรวจสอบลักษณะคุณภาพตามที่กำหนด จากผลการตรวจสอบตัวอย่างจึงจะตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธวัตถุดิบหรือสินค้าทั้งหมดสำหรับการใช้แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับนั้นโดยปกติแล้วรุ่นสินค้าที่ถูกปฏิเสธจะส่งคืนให้กับผู้ขาย นอกจากนี้แล้วอาจทำได้วิธีหนึ่งคือ การตรวจสอบรุ่นสินค้าที่ถูกปฏิเสธทุกชิ้น เพื่อคัดของเสียออกให้หมดแล้วทดแทนด้วยของดีก่อนผู้ซื้อสินค้าจะรับสินค้านั้นๆ วิธีการนี้เรียกว่า “การตรวจพินิจปรับแก้” ซึ่งจะมีผลกระทบต่อผลิตภัณฑ์ที่ผ่านการตรวจสอบว่าวัดสมรรถนะของแผนสุ่มตัวอย่างที่สำคัญตัวหนึ่งคือค่าขีดจำกัดคุณภาพผ่านออกเฉลี่ย (The Average Out-

going Quality Limit หรือ AOQL) เป็นค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของคุณภาพผ่านออกเฉลี่ย สำหรับการหาค่า AOQL ในปัจจุบันใช้วิธีการวาดกราฟระหว่าง สัดส่วนของเสีย(p) กับค่าคุณภาพผ่านออกเฉลี่ย (The Average Outgoing Quality หรือ AOQ) จุดที่ให้ AOQ สูงสุดจะใช้เป็นค่า AOQL ข้อเสียของวิธีการนี้ก็คือค่าสัดส่วนของเสีย (p) ที่ใช้ในการวาดกราฟเราไม่สามารถทราบได้ว่าควรกำหนดให้มีความละเอียดมากน้อยเท่าไรถึงจะให้ค่า AOQL มีค่าถูกต้องและสูงสุดจริงๆ

การใช้แผนชักตัวอย่างเพื่อการยอมรับนั้นปกติรุ่นสินค้าที่ถูกปฏิเสธจะส่งคืนผู้ขาย นอกจากนี้ยังทำได้วิธีหนึ่งคือ การตรวจพินิจ 100% กับรุ่นที่ปฏิเสธ เพื่อคัดของเสียออกให้หมดแล้วทดแทนด้วยของดีก่อนผู้ซื้อจะรับสินค้านั้น วิธีการนี้เรียกว่า “การตรวจพินิจปรับแก้” ทั้งนี้กระบวนการตรวจพินิจมีผลต่อสัดส่วนของเสียของรุ่นที่ผ่านจากการตรวจสอบดังอธิบายได้จากรูปที่ 1

*อาจารย์ประจำและผู้ช่วยคณบดีฝ่ายกิจการนักศึกษา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต : วศ.ม. (อุตสาหกรรม)
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



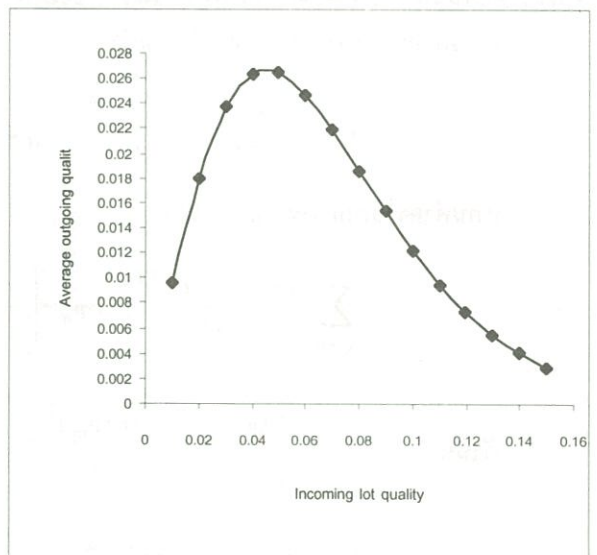
รูปที่ 1 การตรวจพินิจปรับแก้

จากรูปที่ 1 สมมติว่ารุ่นสินค้าที่เข้าสู่การตรวจสอบด้วยแผนชักตัวอย่างทุกรุ่นที่มีสัดส่วนของเสีย p บางรุ่นจะได้รับการยอมรับ ซึ่งสัดส่วนของเสียที่ออกมาจะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ p ส่วนรุ่นที่ถูกปฏิเสธจะผ่านการตรวจสอบ 100% เพื่อคัดของเสียออกทำให้สัดส่วนของเสียเป็นศูนย์

สัดส่วนของเสียต่อรุ่นโดยเฉลี่ยซึ่งผ่านออกมาจากกระบวนการตรวจพินิจปรับแก้เรียกว่า “ระดับคุณภาพผ่านออกเฉลี่ย” (Average Outgoing Quality) หรือเรียกย่อๆ ว่า AOQ

$$AOQ(p) = P_a(p) \cdot p \cdot \frac{(N - n)}{N} \quad (1)$$

เช่น แผนการชักตัวอย่าง ที่มีขนาดรุ่น (N) = 2,000 ขนาดตัวอย่าง (n) = 50 และ เลขยอมรับ (c) = 2 ถ้าสัดส่วนของเสียของรุ่นสินค้า (p) = 1% คำนวณค่า AOQ โดยแปรค่าสัดส่วนของเสีย p และการคำนวณค่าความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้าใช้การแจกแจงปัวซองประมาณการแจกแจงแบบไฮเปอร์จีโอเมตริก จะได้เส้นโค้ง AOQ ดังแสดงในรูปที่ 2 ซึ่งจะเห็นได้ว่าเส้นโค้งนี้ จะเพิ่มขึ้นแล้วลดลงเมื่อสัดส่วนของเสีย (p) มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าสูงสุดบนเส้นโค้งนี้แทนจุดที่เลวที่สุดของคุณภาพผ่านออกเฉลี่ยจากการตรวจพินิจปรับแก้ ค่านี้เรียกว่าขีดจำกัดคุณภาพผ่านออกเฉลี่ย (Average Outgoing Quality Limit) หรือ AOQL



รูปที่ 2 แสดงกราฟ AOQ กับ p เพื่อหาค่า AOQL

จากรูปที่ 2 ค่า AOQL มีค่าประมาณ 0.0265 หรือ 2.65% หมายถึง ไม่ว่าสัดส่วนของเสียในรุ่นสินค้าที่ผ่านเข้าสู่การตรวจพินิจรับแก้ที่มีค่าสัดส่วนของเสียเป็นเท่าใดก็ตาม เมื่อผ่านออกไปสัดส่วนของเสียเฉลี่ยต่อรุ่นจะไม่เกินกว่า 0.0265 หรือ 2.65%

วิธีการ

จากสมการที่(1) $AOQ(p)$ เป็นฟังก์ชันของ p ซึ่งเป็นสัดส่วนของเสียในรุ่นของสินค้า ลักษณะของกราฟ AOQ เมื่อ แปรเปลี่ยนไปตามค่าสัดส่วน

ของเสีย จะมีลักษณะเป็นฟังก์ชันโค้งนูน มีจุดสูงสุดของฟังก์ชันเพียงจุดเดียว (Unimodal) ค่าขีดจำกัดคุณภาพผ่านออกโดยเฉลี่ย AOQL เป็นค่า AOQ ที่มีค่ามากที่สุดของ AOQ ดังนั้นค่าขีดจำกัดของคุณภาพผ่านออกโดยเฉลี่ยจึงมีเพียงจุดเดียวเท่านั้น หากทราบค่า P_m ซึ่งเป็นค่าสัดส่วนของเสียที่ทำให้ค่า AOQ มีค่าสูงสุด ก็จะสามารถคำนวณค่า AOQL ได้โดยง่าย วิธีการคำนวณที่จะนำเสนอใช้การประยุกต์การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชัน

$$\begin{aligned} \frac{dAOQ(p)}{dp} &= P_a(p) \cdot \frac{d \frac{(N-n)}{N} \cdot p}{dp} + p \cdot \frac{dP_a(p)}{dp} \cdot \frac{(N-n)}{N} = 0 \\ AOQL &= AOQ(p_m) = \frac{(N-n)}{N} \cdot \left(P_a(p_m) + p_m \cdot \frac{dP_a(p_m)}{dp} \right) = 0 \\ &= P_a(p_m) + p_m \cdot \frac{dP_a(p_m)}{dp} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

สมมติให้จำนวนของเสียที่ตรวจพบมีการแจกแจงแบบปัวซอง

ความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่น สินค้า

$$P_a(p) = \sum_{X=0}^c \frac{(n \cdot p)^X \cdot e^{-n \cdot p}}{X!} \quad \text{และ} \quad \frac{dP_a(p)}{dp} = - \frac{n \cdot (n \cdot p)^c}{c!} \cdot e^{-n \cdot p}$$

แทนค่าลงในสมการที่ (2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum_{X=0}^c \frac{(n \cdot p_m)^X \cdot e^{-n \cdot p_m}}{X!} + p_m \cdot \left(- \frac{n \cdot (n \cdot p_m)^c}{c!} \cdot e^{-n \cdot p_m} \right) &= 0 \\ \text{ดังนั้น} \quad e^{-n \cdot p_m} \left[\frac{(n \cdot p_m)^0}{0!} + \frac{(n \cdot p_m)^1}{1!} + \dots + \frac{(n \cdot p_m)^c}{c!} \right] - \left[\frac{(n \cdot p_m)^{c+1}}{c!} \cdot e^{-n \cdot p_m} \right] &= 0 \\ \left[1 + \frac{(n \cdot p_m)^1}{1!} + \frac{(n \cdot p_m)^2}{2!} + \dots + \frac{(n \cdot p_m)^c}{c!} - \frac{(n \cdot p_m)^{c+1}}{c!} \right] &= 0 \end{aligned}$$

เมื่อ $c = 0$

$$1 - n \cdot p_m = 0 \quad \therefore p_m = \frac{1}{n}$$

เมื่อ $c = 1$

$$1 + n \cdot p_m - (n \cdot p_m)^2 = 0 \quad \therefore p_m = \frac{1.62}{n}$$

เมื่อ $c = k$

$$\left[1 + \frac{(n \cdot p_m)^1}{1!} + \frac{(n \cdot p_m)^2}{2!} + \dots + \frac{(n \cdot p_m)^k}{k!} - \frac{(n \cdot p_m)^{k+1}}{k!} \right] = 0 \quad (3)$$

การแก้สมการหาค่า P_m เมื่อมีดีกรีสูงขึ้น ใช้โปรแกรม MATHCAD ช่วยในการคำนวณ ได้ผลแสดงในตารางที่ 1

สมมติให้จำนวนของเสียที่ตรวจพบมีการแจกแจงแบบทวินาม
ความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่น สินค้า

$$P_a(p) = \sum_{x=0}^c \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} \quad \text{และ}$$

$$\frac{dP_a(p)}{dp} = - \frac{n!}{c!(n-c-1)!} \cdot p^c \cdot (1-p)^{n-c-1}$$

แทนค่าลงในสมการที่ (2) จะได้ว่า

$$P_a(p_m) + p_m \cdot \frac{dP_a(p_m)}{dp} = 0$$

$$\sum_{x=0}^c \binom{n}{x} \cdot p_m^x \cdot (1-p_m)^{n-x} + p_m \left[- \frac{n!}{c!(n-c-1)!} \cdot p_m^c \cdot (1-p_m)^{n-c-1} \right] = 0$$

เมื่อ $c = 0$

$$\binom{n}{0} \cdot p_m^0 \cdot (1-p_m)^n + p_m \left[- \frac{n!}{0!(n-1)!} \cdot p_m^0 \cdot (1-p_m)^{n-1} \right] = 0$$

$$\left[1 - \frac{n \cdot p_m}{(1-p_m)} \right] = 0 \quad \therefore p_m = \frac{1}{n+1}$$

เมื่อ $c = k$

$$\left[1 + \frac{n \cdot p_m}{(1 - p_m)} + \frac{n \cdot (n-1) \cdot p_m^2}{2! (1 - p_m)^2} + \dots + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k+1) \cdot p_m^k}{k! (1 - p_m)^k} - \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k) \cdot p_m^{k+1}}{k! (1 - p_m)^{k+1}} \right] = 0 \quad (4)$$

ผลการคำนวณ

กรณีที่สมมติให้จำนวนของเสียที่ตรวจพบมีการแจกแจงแบบปัวซอง สรุปค่า P_m เพื่อใช้ในการคำนวณค่า AOQL ดังตารางที่ 1

c	$n \cdot p_m$	c	$n \cdot p_m$	c	$n \cdot p_m$
0	1.00	11	8.82	22	17.54
1	1.62	12	9.95	23	18.35
2	2.27	13	10.37	24	19.17
3	2.95	14	11.15	25	19.99
4	3.64	15	11.93	26	20.81
5	4.35	16	12.72	27	21.63
6	5.07	17	13.52	28	22.46
7	5.80	18	14.31	29	23.49
8	6.55	19	15.12	30	24.11
9	7.30	20	15.92	31	24.95
10	8.05	21	16.73	32	25.78

ตารางที่ 1 แสดงค่า $n \cdot p_m$ ที่คำนวณได้ เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่า AOQL

กรณีที่สมมติให้จำนวนของเสียที่ตรวจพบมีการแจกแจงแบบทวินาม การคำนวณหาค่า P_m ให้ใช้สมการที่ 4

$$\left[1 + \frac{n \cdot p_m}{(1 - p_m)} + \frac{n \cdot (n-1) \cdot p_m^2}{2! (1 - p_m)^2} + \dots + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k+1) \cdot p_m^k}{k! (1 - p_m)^k} - \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k) \cdot p_m^{k+1}}{k! (1 - p_m)^{k+1}} \right] = 0$$

ตัวอย่างในการคำนวณ

แผนการชักตัวอย่าง $N=2,000$, $n = 50$ และ $c = 2$ ถ้าสัดส่วนของเสียของรุ่นสินค้า (p) = 1% เมื่อสมมติให้จำนวนของเสียที่ตรวจพบมีการแจกแจงแบบปัวซอง และ การแจกแจงแบบทวินามดังนี้

คำนวณโดยใช้การแจกแจงแบบปัวซอง

จากตารางที่ 1 ที่ค่า $c = 2$ จะได้ค่า $n \cdot p_m = 2.27$ จะได้ค่า $p_m = \frac{2.27}{50} = 0.0454$

$$AOQL = P_a(p_m) \cdot p_m \cdot \left(\frac{N-n}{n} \right) = \sum_{x=0}^2 \frac{e^{-2.27} \cdot (2.27)^x}{x!} \cdot 0.0454 \cdot \left(\frac{2000-50}{2000} \right) = 0.0267 \approx 2.67\%$$

คำนวณโดยใช้การแจกแจงแบบทวินาม

จากสมการที่ 4 แทนค่า $n = 50$ ลงในสมการแล้วคำนวณหาค่า p_m ดังนี้

$$\left[1 + \frac{50 \cdot p_m}{(1-p_m)} + \frac{50 \cdot (49) \cdot p_m^2}{2(1-p_m)^2} - \frac{50 \cdot (49) \cdot (48) \cdot p_m^3}{2!(1-p_m)^3} \right] = 0 \quad \therefore p_m = 0.0450$$

$$AOQL = P_a(p_m) \cdot p_m \cdot \left(\frac{N-n}{n} \right) = \sum_{x=0}^2 \binom{50}{x} \cdot (0.0450)^x \cdot (1-0.0450)^{50-x} \cdot (0.0450) \cdot \left(\frac{2000-50}{2000} \right) = 0.0266 \approx 2.66\%$$

วิธีการคำนวณค่า AOQL ที่ได้นำเสนอ เปรียบเทียบกับค่า AOQL ที่ได้จากวิธีวาดกราฟ จากตำราเล่มต่าง ๆ แสดงดังตารางที่ 2

แผนการ สุ่ม ตัวอย่าง	Grant (1980)	Duncan (1986)	Bank (1989)	Mitra (1993)	Mongomery (1996)
N	10,000	10,000	1,000	2,000	10,000
n	75	100	45	50	89
c	1	2	2	2	2
* AOQL วิธีเดิม	1.12%	1.40%	2.90%	2.65%	1.54%
*AOQL วิธีที่เสนอ	1.12%	1.60%	3.04%	2.74%	1.55%

*ค่า AOQL วิธีเดิม และ วิธีที่นำเสนอ สมมติให้จำนวนของเสียที่ตรวจพบมีการแจกแจงแบบปัวซอง
ตารางที่ 2 แสดงผลการคำนวณค่า AOQL ด้วยวิธีเดิมเปรียบเทียบกับ วิธีที่นำเสนอ

สรุป

วิธีคำนวณค่า AOQL โดยใช้สูตรที่ได้นำเสนอ สามารถช่วยลดขั้นตอนในการคำนวณค่า AOQL แบบเดิม ซึ่งต้องอาศัยการวาดกราฟ และยังให้ค่า AOQL ที่ถูกต้องและแม่นยำกว่า หากกำหนดให้ตัวแปรสุ่มในที่นี้คือจำนวนของเสียที่ตรวจพบซึ่งมีการแจกแจง

แบบไฮเปอร์จีโอเมตริก ประมาณด้วยการแจกแจงแบบปัวซอง หรือการแจกแจงแบบทวินาม เมื่อ n มีค่าน้อยกว่า N มาก ๆ การหาค่าความน่าจะเป็นโดยทั่วไปในแผนการสุ่มตัวอย่างจะนิยมกำหนดให้จำนวนของเสียที่ตรวจพบมีการแจกแจงแบบปัวซองเนื่องจากการคำนวณได้ง่ายกว่าการแจกแจงแบบทวินาม □

บรรณานุกรม

- Banks, Jerry **Principles of quality control**. New York [NY] : John Wiley & Sons, 1989.
- Duncan, Acheson J. **Quality control and industrial statistics**. 4th ed. Homewood, Illinois : Richard D. Irwin, 1986.
- Grant, Eugene L. and Leavenworth, Richard S. **Statistical quality control**. 5th ed. Auckland : McGraw-Hill, 1982.
- Mitra, Amitava. **Fundamentals of quality control and improvement**. New York [NY] : Macmillan, 1993.
- Montgomery, Douglas C. **Introduction to statistical quality control**. 3rd ed. New York [NY] : John Weley & Sons, 1996.