

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันสองตัวแปร เพื่อควบคุมพารามิเตอร์ของกระบวนการ (แบบข้อจำกัดข้างเดียวและข้อจำกัดสองข้าง)

*ไพฑูรย์ ฮ้อยิ่ง

แผนการสุ่มตัวอย่างที่นิยมใช้อยู่ในปัจจุบัน ได้แก่ แผนการสุ่มตัวอย่างเชิงคุณลักษณะ และแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผัน สำหรับสินค้าที่ต้องการควบคุมค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ เช่น มวล ความยาว หรือปริมาตร ที่เป็นการตรวจสอบในเชิงปริมาณ นิยมใช้แผนการสุ่มตัวอย่างแบบแปรผัน โดยสมมติให้ค่าพารามิเตอร์เหล่านั้นมีการแจกแจงแบบปกติ ข้อเสียอย่างหนึ่งของแผนการสุ่มตัวอย่างแบบแปรผันก็คือ เมื่อต้องการควบคุมค่าพารามิเตอร์ ของสินค้าชนิดเดียวกัน แต่มีค่าพารามิเตอร์มากกว่า 1 ค่า จะต้องออกแบบสร้างแผนการสุ่มตัวอย่างขึ้นมาใช้ในการตรวจสอบเท่ากับจำนวนของพารามิเตอร์ ซึ่งเป็นการสิ้นเปลือง ทั้งค่าใช้จ่าย และเวลาในการตรวจสอบ อีกทั้งการแยกแผนการสุ่มตัวอย่าง ไม่ได้คำนึงถึงความแปรปรวนร่วมที่เกิดขึ้นระหว่างตัวแปรด้วย บทความนี้นำเสนอวิธีการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันเพื่อใช้ควบคุมค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ

จำนวน 2 ค่า ไปพร้อม ๆ กันโดยวิธี Multivariate Statistical Analysis กรณีทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ แบบข้อจำกัดข้างเดียว และข้อจำกัด 2 ข้าง แผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันที่คำนวณได้ สะดวกต่อการนำไปใช้งาน และจำนวนตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบก็ใช้เพียงชุดเดียวเท่านั้น

แผนการสุ่มตัวอย่างมี 2 แบบ คือ

1. แผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันแบบข้อจำกัดข้างเดียว

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผัน ในกรณีที่กำหนดข้อจำกัดข้างเดียวโดยให้เส้นโค้งคุณลักษณะลากผ่านจุด $(1 - \alpha, \bar{X}_1)$ และ $(\beta, \bar{X}_2)$ ค่าพารามิเตอร์ในการตรวจสอบมีเพียงค่าเดียว

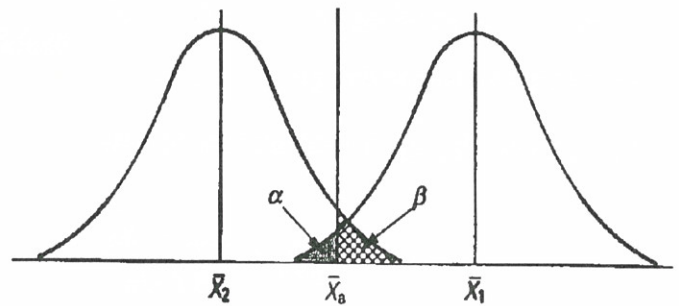
- โดยที่ α = ความเสี่ยงของผู้ผลิตในการปฏิเสธ สินค้าที่มีค่าเฉลี่ยของคุณภาพตามที่ต้องการ
 β = ความเสี่ยงของผู้บริโภคในการ รับสินค้าที่มีคุณภาพที่ไม่ตรงกับความต้องการ
 $\bar{X}_1$ = ค่าเฉลี่ยของคุณภาพตามที่ต้องการ และต้องการให้เกิดความน่าจะเป็นในการยอมรับสูง
 $\bar{X}_2$ = ค่าเฉลี่ยของคุณภาพที่ไม่ต้องการ และต้องการให้เกิดความน่าจะเป็น ในการยอมรับต่ำ
 $\bar{X}_a$ = ขอบเขตของการยอมรับ

ดังนั้นในกรณีที่ทราบค่าความแปรปรวน (σ^2) และตัวแปรมีการแจกแจงแบบปกติ

$$Z_\alpha = \frac{\bar{X}_a - \bar{X}_1}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (1)$$

$$Z_\beta = \frac{\bar{X}_a - \bar{X}_2}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (2)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าต่าง ๆ
 ในสมการที่ (1) และ (2) ของแผนการสุ่ม
 ตัวอย่างแบบแปรผัน เพื่อใช้ควบคุมค่า
 พารามิเตอร์ของกระบวนการแบบข้อจำกัด
 ข้างเดียว แสดงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\bar{X}_1$ และ $\bar{X}_2$ กับ $\bar{X}_a$

จากสมการ (1) และ (2) สามารถแก้สมการหาค่าจำนวนตัวอย่าง (n) ค่าขอบเขตในการยอมรับ ($\bar{X}_a$) ได้
 ในกรณีที่มีค่าพารามิเตอร์ 2 ตัวในการตรวจสอบ สมการที่ (1) และ (2) จะเปลี่ยนเป็น

$$Z_\alpha^2 = n \cdot (\bar{X}_a - \bar{X}_1)' \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\bar{X}_a - \bar{X}_1) \quad (3)$$

$$Z_\beta^2 = n \cdot (\bar{X}_a - \bar{X}_2)' \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\bar{X}_a - \bar{X}_2) \quad (4)$$

และ $Z_p^2 \sim \chi_{p,2}^2$

$$\bar{X}_a = \begin{bmatrix} \bar{X}_{a1} \\ \bar{X}_{a2} \end{bmatrix} \quad \text{เป็นเวกเตอร์ค่าขอบเขตยอมรับของค่าพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และ 2}$$

$$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} \bar{X}_{11} \\ \bar{X}_{12} \end{bmatrix} \quad \text{เป็นเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของคุณภาพตามที่ต้องการของพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และ 2}$$

$$\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} \bar{X}_{21} \\ \bar{X}_{22} \end{bmatrix} \quad \text{เป็นเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของคุณภาพตามที่ไม่ต้องการของพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และ 2}$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad \text{เป็นเมตริกซ์ค่าความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และ 2}$$

2. แผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันแบบข้อจำกัดสองข้าง

สำหรับการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผัน ในกรณีที่กำหนดให้มีข้อจำกัดสองข้าง และตรวจสอบเพียงพารามิเตอร์เดียว หากต้องการให้เส้นโค้งคุณลักษณะลากผ่านจุด $(1 - \alpha, \bar{X}_1)$, $(\beta, \bar{X}_{2L})$ และ $(\beta, \bar{X}_{2U})$ การคำนวณหาค่าจำนวน

ตัวอย่าง (n) ค่าขอบเขตการยอมรับด้านบน (X_U)

และค่าขอบเขตการยอมรับด้านล่าง (X_L) สามารถหาค่าเหล่านี้ได้จากการแก้สมการที่ (5), (6), (7) และ (8)

$$\text{โดยให้ } \bar{X}_1 = \frac{\bar{X}_{2L} + \bar{X}_{2U}}{2}$$

$$Z_{\alpha/2} = \frac{\bar{X}_{Ua} - \bar{X}_1}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (5)$$

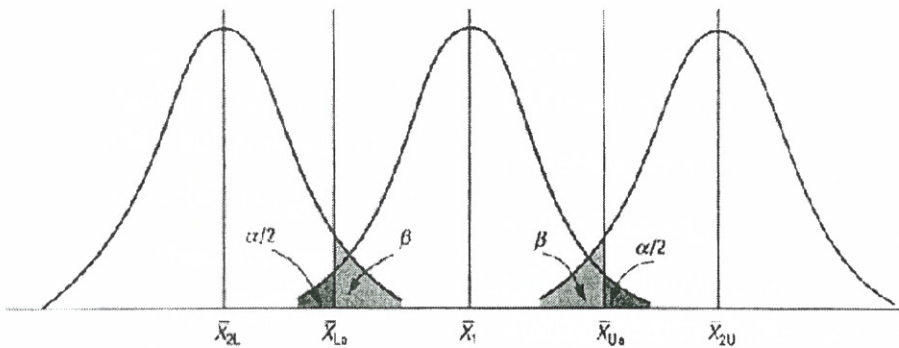
$$-Z_{\alpha/2} = \frac{\bar{X}_{La} - \bar{X}_1}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (6)$$

$$Z_\beta = \frac{\bar{X}_{La} - \bar{X}_{2L}}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (7)$$

$$-Z_\beta = \frac{\bar{X}_{Ua} - \bar{X}_{2U}}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (8)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าต่างๆ ในสมการที่ (5) ถึง (8) ของแผนการสุ่มตัวอย่างแบบแปรผัน เพื่อใช้ควบคุมค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ แบบ ข้อจำกัด 2 ข้าง แสดงดังรูปที่ 2

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันแบบข้อจำกัด 2 ข้าง เมื่อต้องการควบคุมค่าพารามิเตอร์ 2 ค่า พร้อมกัน สมการที่ (5) ถึง (8) จะปรับเปลี่ยนเป็นสมการที่ (9) ถึงสมการที่ (12)



รูปที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของแผนการสุ่มตัวอย่าง เมื่อใช้ข้อจำกัด 2 ข้าง

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันแบบข้อจำกัด 2 ข้าง เมื่อต้องการควบคุมค่าพารามิเตอร์ 2 ค่า พร้อมกัน สมการที่ (5) ถึง (8) จะปรับเปลี่ยนเป็นสมการที่ (9) ถึงสมการที่ (12)

$$Z_{\alpha/2}^2 = n \cdot (\bar{X}_{Ua} - \bar{X}_1)' \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\bar{X}_{Ua} - \bar{X}_1) \quad (9)$$

$$Z_{\alpha/2}^2 = n \cdot (\bar{X}_1 - \bar{X}_{La})' \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\bar{X}_1 - \bar{X}_{La}) \quad (10)$$

$$Z_{\beta}^2 = n \cdot (\bar{X}_{La} - \bar{X}_{2L})' \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\bar{X}_{La} - \bar{X}_{2L}) \quad (11)$$

$$Z_{\beta}^2 = n \cdot (\bar{X}_{2U} - \bar{X}_{Ua})' \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\bar{X}_{2U} - \bar{X}_{Ua}) \quad (12)$$

$$\bar{X}_{Ua} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{Ua_1} \\ \bar{X}_{Ua_2} \end{bmatrix} \quad \text{เป็นเวกเตอร์ค่าขอบเขตยอมรับด้านบนของพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และ 2}$$

$$\bar{X}_{La} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{La_1} \\ \bar{X}_{La_2} \end{bmatrix} \quad \text{เป็นเวกเตอร์ค่าขอบเขตยอมรับด้านล่างของพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และ 2}$$

$$\bar{X}_{La} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{La_1} \\ \bar{X}_{La_2} \end{bmatrix}$$

เป็นเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของคุณภาพที่ไม่ต้องการด้านล่างของพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และ 2

$$\bar{X}_{2U} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{2U_1} \\ \bar{X}_{2U_2} \end{bmatrix}$$

เป็นเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของคุณภาพที่ไม่ต้องการด้านบนของพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และ 2

เนื่องจากการหาค่า จำนวนตัวอย่าง (n) ค่าขอบเขตยอมรับด้านล่างของพารามิเตอร์ค่าที่ 1 และค่าที่ 2 $(\bar{X}_{La_1}, \bar{X}_{La_2})$ และค่าขอบเขตยอมรับด้านบน $(\bar{X}_{Ua_1}, \bar{X}_{Ua_2})$ ซึ่งเป็นตัวไม่ทราบค่าจำนวน 5 ตัว และมีสมการเพียง 4 สมการ การแก้สมการหาค่าตัวไม่ทราบค่านี้จึงต้องทำการแปรเปลี่ยนค่าจำนวนตัวอย่าง (n) ให้น้อยที่สุด จนกระทั่งพบว่า สำหรับพารามิเตอร์ค่าที่ 1 $\bar{X}_{2L_1} \leq \bar{X}_{La_1} \leq \bar{X}_{11}$, $\bar{X}_{11} \leq \bar{X}_{Ua_1} \leq \bar{X}_{2U_1}$ และ พารามิเตอร์ค่าที่ 2 $\bar{X}_{2L_2} \leq \bar{X}_{La_2} \leq \bar{X}_{12}$, $\bar{X}_{12} \leq \bar{X}_{Ua_2} \leq \bar{X}_{2U_2}$

1. ตัวอย่างการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผัน 2 ตัวแปร แบบข้อจำกัดข้างเดียว

ในการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อใช้ตรวจสอบความแข็งแรงของเส้นด้ายที่ผลิตขึ้น โดยมีความต้องการเส้นด้ายที่มีค่าทนต่อแรงดึงได้ 82.5 นิวตัน ($\bar{X}_{11}$) และมีน้ำหนักต่อเช็ด 20 กรัม/เช็ด ($\bar{X}_{12}$) ด้วยความน่าจะเป็น 95% และ ต้องการที่จะยอมรับผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพไม่ตรงกับความต้องการ คือมีค่าทนต่อแรงดึงได้ 82 นิวตัน ($\bar{X}_{21}$) และมีน้ำหนักต่อเช็ด 19.5 กรัม/เช็ด ($\bar{X}_{22}$) ด้วยความน่าจะเป็น 10% โดยทราบค่าความแปรปรวนของค่าทนต่อแรงดึง 10.074 นิวตัน² ค่าความแปรปรวนของน้ำหนัก 4.374 กรัม² และความแปรปรวนร่วมคือ -0.082 กรัม* นิวตัน สามารถสร้างแผนการสุ่มตัวอย่างได้โดยแทนค่าต่างๆ ลงในสมการที่ (3) และ (4) ดังนี้

$$Z_{0.05}^2 = n \left[\begin{pmatrix} \bar{X}_{a1} \\ \bar{X}_{a2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 82.5 \\ 20 \end{pmatrix} \right]' \begin{bmatrix} 10.074 & -0.082 \\ -0.082 & 4.374 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} \bar{X}_{a1} \\ \bar{X}_{a2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 82.5 \\ 20 \end{pmatrix} \right]$$

$$Z_{0.01}^2 = n \left[\begin{pmatrix} \bar{X}_{a1} \\ \bar{X}_{a2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 82 \\ 19.5 \end{pmatrix} \right]' \begin{bmatrix} 10.074 & -0.082 \\ -0.082 & 4.374 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} \bar{X}_{a1} \\ \bar{X}_{a2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 82 \\ 19.5 \end{pmatrix} \right]$$

กระจายพจน์ต่างๆ ได้สมการดังต่อไปนี้

$$n \cdot [0.099(\bar{X}_{a1} - 82.5)^2 + [2 \cdot 1.861 \cdot 10^{-3} \cdot (\bar{X}_{a2} - 82.5) \cdot (\bar{X}_{a1} - 20)] + 0.229(\bar{X}_{a2} - 20)^2] = 5.99$$

$$n \cdot [0.099(\bar{X}_{a1} - 82)^2 + [2 \cdot 1.861 \cdot 10^{-3} \cdot (\bar{X}_{a2} - 82) \cdot (\bar{X}_{a1} - 19.5)] + 0.229(\bar{X}_{a2} - 19.5)^2] = 4.605$$

จากสมการทั้ง 2 สมการ มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจำนวน 3 ตัวแปร ดังนั้นจึงทำการแปรเปลี่ยนค่าจำนวนตัวอย่าง (n) ที่ทำให้สมการที่ (5) และ (6) เป็นจริงโดยค่า $\bar{X}_{21} \leq \bar{X}_{a1} \leq \bar{X}_{11}$, ($82 \leq \bar{X}_{a1} \leq 82.5$) และ $\bar{X}_{22} \leq \bar{X}_{a2} \leq \bar{X}_{12}$ ($19.5 \leq \bar{X}_{a2} \leq 20$) ได้ผลดังต่อไปนี้

		$\bar{X}_{a1}$	$\bar{X}_{a2}$
ที่ n = 185	ได้	81.993	19.830
n = 186	ได้	81.996	19.829
n = 187	ได้	81.998	19.828
n = 188	ได้	82.001	19.827 ***
n = 189	ได้	82.003	19.826
n = 190	ได้	82.005	19.825

ผลการคำนวณพบว่า ผู้ผลิตควรทำการสุ่มตัวอย่างขนาด (n) = 188 และใช้ค่า Acceptance limit ดังต่อไปนี้ ในการตรวจสอบค่าแรงดึง ($\bar{X}_{a1}$) =

82.001 และในการตรวจสอบน้ำหนัก ($\bar{X}_{a2}$) = 19.827

2. ตัวอย่างการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผัน 2 ตัวแปร แบบข้อจำกัดสองข้าง

ต้องการแผนการสุ่มตัวอย่างแบบแปรผันเพื่อใช้ในการสุ่มตัวอย่างแผ่นวงจรพิมพ์ โดยต้องการที่จะยอมรับขนาดของแผ่นวงจรพิมพ์ ที่มีคุณภาพไม่ตรงกับความต้องการ คือมีความยาวน้อยกว่า 69.5 มม. ($\bar{X}_{2L_1}$) หรือมีความยาวมากกว่า 70.5 มม.

($\bar{X}_{2U_1}$) และความกว้างน้อยกว่า 19.3 มม. ($\bar{X}_{2L_2}$) หรือมีความกว้างมากกว่า 20.3 มม. ($\bar{X}_{2U_2}$) ด้วยความน่าจะเป็น 10% ถ้าผู้ผลิตต้องการความเสี่ยง 5% ทราบค่าความแปรปรวนของความยาวแผ่นวงจรพิมพ์คือ 25.37 มม.² ค่าความแปรปรวนของความกว้างแผ่นวงจรพิมพ์คือ 4.15 มม.² และความแปรปรวนรวมคือ - 0.72 มม.² แทนค่าต่างๆ ลงในสมการที่ (9) ถึง (12)

$$Z_{0.025}^2 = n \left[\begin{pmatrix} \bar{X}_{U_{a1}} \\ \bar{X}_{U_{a2}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 70 \\ 19.8 \end{pmatrix} \right]' \begin{bmatrix} 25.37 & -0.729 \\ -0.729 & 4.15 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} \bar{X}_{U_{a1}} \\ \bar{X}_{U_{a2}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 70 \\ 19.8 \end{pmatrix} \right]$$

$$Z_{0.025}^2 = n \left[\begin{pmatrix} 70 \\ 19.8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{X}_{L_{a1}} \\ \bar{X}_{L_{a2}} \end{pmatrix} \right]' \begin{bmatrix} 25.37 & -0.729 \\ -0.729 & 4.15 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} 70 \\ 19.8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{X}_{L_{a1}} \\ \bar{X}_{L_{a2}} \end{pmatrix} \right]$$

$$Z_{0.1}^2 = n \left[\begin{pmatrix} \bar{X}_{L_{a1}} \\ \bar{X}_{L_{a2}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 69.5 \\ 19.3 \end{pmatrix} \right]' \begin{bmatrix} 25.37 & -0.729 \\ -0.729 & 4.15 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} \bar{X}_{L_{a1}} \\ \bar{X}_{L_{a2}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 69.5 \\ 19.3 \end{pmatrix} \right]$$

$$Z_{0.1}^2 = n \left[\begin{pmatrix} 70.5 \\ 20.3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{X}_{U_{a1}} \\ \bar{X}_{U_{a2}} \end{pmatrix} \right]' \begin{bmatrix} 25.37 & -0.729 \\ -0.729 & 4.15 \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} 70.5 \\ 20.3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{X}_{U_{a1}} \\ \bar{X}_{U_{a2}} \end{pmatrix} \right]$$

กระจายพจน์ต่างๆได้ดังสมการต่อไปนี้

$$n[0.04(\bar{X}_{La_1} - 69.5)^2 + [0.014(\bar{X}_{La_1} - 69.5)(\bar{X}_{La_2} - 19.3)] + 0.242(\bar{X}_{La_2} - 19.3)^2] = 7.378$$

$$n[0.04(70 - \bar{X}_{La_1})^2 + [0.014(70 - \bar{X}_{La_1})(19.8 - \bar{X}_{La_2})] + 0.242(19.8 - \bar{X}_{La_2})^2] = 7.378$$

$$n[0.04(\bar{X}_{La_1} - 69.5)^2 + [0.014(\bar{X}_{La_1} - 69.5)(\bar{X}_{La_2} - 19.3)] + 0.242(\bar{X}_{La_2} - 19.3)^2] = 4.605$$

$$n[0.04(70.5 - \bar{X}_{Ua_1})^2 + [0.014(70.5 - \bar{X}_{Ua_1})(20.3 - \bar{X}_{Ua_2})] + 0.242(20.3 - \bar{X}_{Ua_2})^2] = 4.605$$

จากสมการข้างต้นมีเพียง 4 สมการ แต่มี จำนวนตัวแปร 5 ตัวแปร คือ n , $\bar{X}_{Ua_1}$, $\bar{X}_{La_1}$, $\bar{X}_{Ua_2}$ และ

$\bar{X}_{La_2}$ ได้แปรเปลี่ยนค่า n จนกระทั่ง พบว่าค่า

$$\bar{X}_{2L_1} \leq \bar{X}_{La_1} \leq \bar{X}_{11} \quad (69.5 \leq \bar{X}_{La_1} \leq 70), \quad \bar{X}_{11} \leq \bar{X}_{Ua_1} \leq \bar{X}_{2U_1} \quad (70 \leq \bar{X}_{Ua_1} \leq 70.5)$$

$$\bar{X}_{2L_2} \leq \bar{X}_{La_2} \leq \bar{X}_{21} \quad (19.3 \leq \bar{X}_{La_2} \leq 19.8), \quad \bar{X}_{21} \leq \bar{X}_{Ua_2} \leq \bar{X}_{2U_2} \quad (19.8 \leq \bar{X}_{Ua_2} \leq 20.3)$$

และสมการ 4 สมการข้างต้นเป็นจริงดังนี้

ที่	$n = 283$	ได้	69.491	70.057	19.560	20.120
	$n = 284$	ได้	69.494	70.060	19.559	20.125
	$n = 285$	ได้	69.498	70.064	19.558	20.124
	$n = 286$	ได้	69.502	70.067	19.558	20.123
	$n = 287$	ได้	69.505	70.071	19.557	20.123***
	$n = 288$	ได้	69.509	70.074	19.557	20.122
	$n = 289$	ได้	69.513	70.078	19.556	20.121

จากผลการคำนวณผู้ผลิตควรใช้ขนาดตัวอย่าง (n) = 286 และใช้ค่า Acceptance limit ดังต่อไปนี้คือ

ในการตรวจขนาดความยาว $\bar{X}_{La_1} = 69.50$ มม. และ $\bar{X}_{Ua_1} = 70.07$ มม.

ในการตรวจขนาดความกว้าง $\bar{X}_{La_2} = 19.56$ มม. และ $\bar{X}_{Ua_2} = 20.12$ มม.

วิเคราะห์ผลการคำนวณ ในกรณีที่แยกแผนการสุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 แผนการสุ่มตัวอย่างตามคุณลักษณะที่ต้องตรวจสอบสำหรับแผนการสุ่มตัวอย่าง ในตัวอย่างแรกคำนวณจากสมการที่ (1) และ (2) ได้แผนการสุ่มตัวอย่างดังนี้คือ การตรวจสอบค่าทนต่อแรงดึงของเส้นด้าย ใช้ขนาดตัวอย่าง (n_1) = 346 ชิ้น ค่า acceptance limit ($\bar{X}_{a1}$) 82.3 นิวตัน และการตรวจสอบน้ำหนักของเส้นด้าย ใช้ขนาดตัวอย่าง (n_2) = 150 ชิ้น ค่า acceptance limit = 19.78 กรัม / เช็ด สำหรับในตัวอย่างที่ 2 คำนวณหาแผนการ

สุ่มตัวอย่างจากสมการที่ (5) ถึง (8) เมื่อแยกแผนการสุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 ชุดจะได้แผนการสุ่มตัวอย่างนี้สำหรับการตรวจสอบความยาว ใช้ขนาดตัวอย่าง (n_1) = 1064 ชิ้น ค่า acceptance limit ด้านล่าง ($\bar{X}_{La1}$) = 69.491 มม. และค่า Acceptance limit ด้านบน ($\bar{X}_{Ua1}$) = 70.057 มม. และการตรวจสอบความกว้าง ใช้ขนาดตัวอย่าง (n_2) = 175 ชิ้น ค่า acceptance limit ด้านล่าง ($\bar{X}_{La2}$) = 19.497 มม. และค่า acceptance ด้านบน ($\bar{X}_{Ua2}$) = 20.102 มม.

ตารางที่ 1 แสดงแผนการสุ่มตัวอย่างแบบแปรผันแบบข้อจำกัดข้างเดียว 2 ตัวแปร กรณีแยกคำนวณแผนการสุ่มตัวอย่าง เปรียบเทียบกับ วิธีการคำนวณแผนการสุ่มตัวอย่างพร้อมกันทั้ง 2 ตัวแปร

แบบข้อจำกัดข้างเดียว	$\bar{X}_{a1}$	$\bar{X}_{a2}$	n
1. แยกคำนวณแผนการสุ่มตัวอย่าง	82.3	19.78	346
2. คำนวณแผนการสุ่มตัวอย่างพร้อมกันทั้ง 2 ตัวแปร	82.0	19.83	188

ตารางที่ 2 แสดงแผนการสุ่มตัวอย่างแบบแปรผันแบบข้อจำกัดสองข้าง 2 ตัวแปร กรณีแยกคำนวณแผนการสุ่มตัวอย่าง เปรียบเทียบกับ วิธีการคำนวณแผนการสุ่มตัวอย่างพร้อมกันทั้ง 2 ตัวแปร

แบบข้อจำกัด 2 ข้าง	$\bar{X}_{La1}$	$\bar{X}_{Ua1}$	$\bar{X}_{La2}$	$\bar{X}_{Ua2}$	n
1. แยกคำนวณแผนการสุ่มตัวอย่าง	69.49	70.06	19.50	20.10	1064
2. คำนวณแผนการสุ่มตัวอย่างพร้อมกันทั้ง 2 ตัวแปร	69.50	70.07	19.56	20.12	286

ผลการคำนวณสร้างแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันแบบข้อจำกัดข้างเดียว และข้อจำกัดสองข้างตามตัวอย่างการคำนวณที่ 1 และ 2 เปรียบเทียบกับวิธีแยกแผนการสุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 ชุด ข้างต้นแสดงในตารางที่ 1 และ 2 พบว่าในการคำนวณสร้างแผนการสุ่มตัวอย่างโดยวิธีที่นำเสนอทั้งสองตัวอย่างให้ค่าขนาดตัวอย่าง (n) น้อยกว่าวิธีเดิม สำหรับในตัวอย่างการคำนวณแรก วิธีที่ได้นำเสนอสามารถ

ลดขนาดตัวอย่างลงได้ 45.66% และในตัวอย่างการคำนวณที่สองสามารถลดขนาดตัวอย่างลง 73.12%

จากผลการคำนวณแผนการสุ่มตัวอย่างทั้ง 2 ตัวอย่างเห็นได้ว่าการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างโดยวิธีที่นำเสนอใช้นี้ใช้จำนวนขนาดตัวอย่าง และจำนวนตรวจพินิจรวมเฉลี่ย น้อยกว่าวิธีเดิมที่แบ่งแผนการสุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 แผน อีกทั้งค่าความเสี่ยงของผู้ผลิตยังคงเท่าเดิม คือ 5% ในขณะที่แยกแผนการ

สุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 แผน จะทำให้ค่าความเสี่ยงของผู้บริโภคสูงขึ้น นั่นคือ ในกรณีที่กำหนดค่าความเสี่ยงของผู้บริโภคไว้ 5% หรือ $\alpha = 0.05$ ค่าความเสี่ยงของผู้ผลิตโดยรวมเมื่อใช้แผนการสุ่มตัวอย่างจำนวน 2 แผนการสุ่มตัวอย่าง คือ $\alpha = 1 - (1 - 0.05)^2 = 0.0975$ หรือ 9.75% ซึ่งเห็นได้ว่าทำให้เปอร์เซ็นต์ความเสี่ยงของผู้ผลิตที่เพิ่มขึ้นจากเดิมถึง 95%

การออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงแปรผันในกรณีที่มีการควบคุมค่าพารามิเตอร์ 2 ตัว โดยวิธีที่ได้นำเสนอแล้วนั้นจะช่วยให้การใช้แผนการสุ่มตัวอย่างมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น และสามารถนำไปใช้งานได้ง่ายเนื่องจากจำนวนขนาดตัวอย่างที่ต้องใช้ในการตรวจสอบน้อยกว่าทำการสุ่มตัวอย่างเพียงชุดเดียว ช่วยให้ประหยัดค่าใช้จ่ายในการทำแผนการสุ่มตัวอย่างได้มากขึ้นอีกด้วย

บรรณานุกรม

- Fuchs, Camil and Kenett, R.S. **Multivariate Quality Control**. New York [NY] : Marcel Decker, 1995.
- Kramer, C.Y. and Jensen, D.R. "Fundamentals of Multivariate Analysis part I : Inference about Means." **Journal of Quality Technology**. 2, 4, 1969 : pp. 120-133.
- Mitra, Amitava. **Fundamentals of quality control and improvement**. 2nd ed. Upper Saddle River [NJ] : Prentice-Hall, 1998.
- Rencher, Alvin C. **Multivariate Statistical Inference and Application**. New York [NY] : John Wiley & Sons, 1995.