

การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*

ศุภาไชย ทักชัยลัทธา¹

วนิทร สุภาพ² จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม³

บทคัดย่อ

การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่ฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งสื่อสารวิธีการแก้ปัญหาให้ผู้อื่นเข้าใจ แต่กระนั้นการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์อันเป็นหนึ่งในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยยังอยู่ในระดับต่ำ การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย พิชญโลก จำนวน 24 คน ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนตามวงจร PAOR ทั้งหมด 3 วงจร โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง ใบกิจกรรม แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า

ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้ความสำคัญกับการเตรียมความรู้ของนักเรียนที่จำเป็นต่อการค้นพบ การเลือกปัญหาที่นักเรียนสนใจ การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น การแนะแนวทางการแก้ปัญหาด้วยการใช้คำถาม การสรุปสิ่งที่ค้นพบด้วยตัวนักเรียนเอง และการทดสอบข้อสรุปที่ค้นพบด้วยสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกัน ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง, การคิดเชิงคณิตศาสตร์, การประยุกต์ตรีโกณมิติ

* วิทยานิพนธ์หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2560

¹ นักศึกษาหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, E-mail: Katachai.tuk@gmail.com

² อาจารย์, ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

³ ผู้ช่วยศาสตราจารย์, ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร



An Action Research on Developing Learning Management Based on Guided Discovery Method on Application of Trigonometry to Enhance Mathematical Thinking for 10th Grade Students*

Katachai Tuksitha¹

Wanintorn Supap² Chakkrid Klin-eam³

Abstract

Mathematical thinking is a skill that support students to solve problems sensibly and to communicate the solution, but even so, student's mathematizing that is one of Mathematical Literacy was low. This research aims to study guided discovery method on grade 10 students' mathematical thinking in Application of Trigonometry. The research participants were 24 students in Princess Chulabhorn Science High School Phitsanulok. In the research process, the cycle of PAOR was run for 3 rounds. Research instrument consist lesson plans, activity sheets, reflection form, and mathematical thinking test. Data were analyzed by content analysis and data creditability by triangulation method.

The results of the study found that guided discovery method, should emphasize on preparing the student's knowledge for discovery, choosing problems by student's interest, encouraging students to share their ideas, counseling the solution with questions, summarizing the discovery by themselves, and testing the conclusion with similar problematic situations. That made most students was in very good level in mathematical thinking.

Keywords: Guided Discovery Learning, Mathematical Thinking, Application of Trigonometry

* Research Article from thesis for the Master of Education Program in Mathematics, Naresuan University, 2017

¹ Student in Master of Education Program in Mathematics, Naresuan University, E-mail: Katachai.tuk@gmail.com

² Lecturer, Department of Education, Faculty of Education, Naresuan University

³ Assistant Professor, Department of Mathematics, Faculty of Science, Naresuan University

ความสำคัญของปัญหาการวิจัย

แผนพัฒนาการศึกษาของกระทรวงศึกษาธิการ ฉบับที่ 11 พ.ศ. 2555-พ.ศ. 2559 ที่มุ่งพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ และจัดกิจกรรมเสริมทักษะและพัฒนาให้นักเรียนให้มีกระบวนการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ แต่กลับมีเพียงคณิตศาสตร์เพียงศาสตร์เดียวเท่านั้นที่เสริมสร้างทั้งความมีเหตุผล การคิดอย่างเป็นระบบ และทักษะในการแก้ปัญหา (รุ่งทิวา นามารุง, 2550, น. 57) เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนากระบวนการคิดและเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูง และศาสตร์อื่น ๆ

แต่ผลการประเมินในโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ PISA ขององค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา OECD กลับมิได้สอดคล้องต่อความต้องการข้างต้น เนื่องจากผลการประเมินในปี ค.ศ. 2012 ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของนักเรียนประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และพบว่า จุดที่อ่อนที่สุดในหมวดกระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของประเทศ คือ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematising) อันเป็นกระบวนการในการทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายเพื่อความสะดวกต่อการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2557, น. 40, 46, 66) โดยสาเหตุหนึ่งอาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมในชั้นเรียนมีลักษณะเป็นการฝึกใช้สูตรและการฝึกทำตามขั้นตอนที่ครูสอนมากกว่าการฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเอง (จรรยา ภูอุดม, 2543, น. 7) และเมื่อผู้วิจัยสังเกตการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในห้องเรียนที่ทำการวิจัย พบว่า นักเรียนไม่สามารถแปลงสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากไม่สามารถสร้างตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Representations) อันเป็นการนำข้อความ สถานการณ์ บริบท หรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดนั้นมาสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ และยังแสดงให้เห็นว่า นักเรียนขาดการให้เหตุผลอันเป็นทักษะสำคัญในการนำสูตร ทฤษฎีบท หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) อันเป็นกระบวนการนำข้อมูลทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคิด เพื่อทำการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผลตามหลักการทางคณิตศาสตร์ในทุกขั้นตอน การให้เหตุผลรองรับการตัดสินใจในการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา และการนำเสนอตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ

การเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง (Guided Discovery) เป็นแนวทางหนึ่งที่สามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผล เนื่องจากการจัดการเรียนรู้นี้มีขั้นตอนการเสนอวิธีการแก้ปัญหาซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันวิพากษ์แนวทางการแก้ปัญหาที่เพื่อนนำเสนอ โดยมีครู

คอยชี้แนะและควบคุมประเด็นที่อภิปรายจนกระทั่งนักเรียนค้นพบแนวทางการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Shieh & Yu (2016, p. 840) ที่กล่าวว่า นักเรียนสามารถถูกปลูกฝังความสามารถในการค้นพบ การสำรวจ การแก้ปัญหาและการมีคิดสร้างสรรค์ผ่านการจัดการเรียนรู้

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงความมุ่งมั่นที่จะทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน เนื่องจากรูปแบบการวิจัยนี้มีขั้นตอนการสะท้อนผล ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา ด้านการเรียนรู้ของนักเรียนและด้านการจัดการเรียนรู้ของครูหรือผู้วิจัย (ชาติรี ฝ่ายคำตา, 2559, น. 15-18)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยนำความหมายและองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Kriegler, 2004, อ้างถึงใน แพรไหม สามารถ, 2556, น. 703; Mason et al., 2010, p. 26-48; Isoda & Katagiri, 2012, p. 47-120) มาเป็นพื้นฐานในการจำแนกองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 3 ด้าน ดังนี้ 1) การแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์และสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา 2) การให้เหตุผล (Reasoning Skills) นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลและความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหา อธิบายเหตุผลในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา รวมทั้งอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบ และ 3) การนำเสนอตัวแทนความคิด (Representation Skills) นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ อาทิเช่น รูปภาพ ข้อความ ตัวแปร สัญลักษณ์ ตัวเลข หรือกราฟ เพื่อทำความเข้าใจปัญหา แสดงกระบวนการแก้ปัญหา และสรุปปัญหา

ผู้วิจัยนำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางของ Moore & Quinn (1994, p. 213-214) มาเป็นพื้นฐานในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นการเลือกปัญหา ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนเลือกสถานการณ์ปัญหา แล้วร่วมมือกันเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาไปพร้อมกับครูในคาบเรียน
- 2) ขั้นการเสนอวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนบันทึกแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น

- 3) ขั้นการรวบรวมข้อมูล ครูเลือกนักเรียนมาเสนอแนวทางการแก้ปัญหา และให้นักเรียนทุกคนร่วมกันวิพากษ์แนวทางการแก้ปัญหาที่เพื่อนนำเสนอ
- 4) ขั้นการวิเคราะห์และตีความข้อมูล นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางการแก้ปัญหาจากขั้นการรวบรวมข้อมูล โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้องของขั้นตอนการแก้ปัญหา
- 5) ขั้นสรุป นักเรียนสรุปคำตอบของสถานการณ์ปัญหา โดยครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนระบุความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความรู้ที่ได้ หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ค้นพบ
- 6) ขั้นทดสอบข้อสรุป นักเรียนนำข้อสรุปที่ค้นพบมาใช้แก้สถานการณ์ปัญหาอื่นที่ได้จากขั้นการเลือกปัญหาด้วยตนเอง

ระเบียบวิธีวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการ (Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis & McTaggart (2000) ซึ่งในแต่ละวงจรปฏิบัติการประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน ขั้นปฏิบัติการ ขั้นสังเกตการณ์ และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ โดยมีลักษณะเป็นวงจรที่ปฏิบัติต่อเนื่องกัน

ผู้เข้าร่วมวิจัย

ครูที่รับผิดชอบรายวิชา และ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย พิชณุโลก จังหวัดพิษณุโลก จำนวน 24 คน ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 (Pre-Calculus 3) เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ตามหลักสูตรสถานศึกษา ซึ่งมีทั้งหมด 3 แผนตามหัวข้อย่อย ดังนี้ 1) ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของมุมหรือจำนวนจริง 2) เอกลัษณะและสมการตรีโกณมิติ และ 3) กฎของไซน์และกฎของโคไซน์
2. ใบกิจกรรม เพื่อใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน จำนวน 3 ชุด โดยให้นักเรียนบันทึกใบกิจกรรม
3. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ เพื่อสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวที่มีต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยครูที่รับผิดชอบรายวิชาและผู้วิจัยจดบันทึกเหตุการณ์ขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วนำไปปรับปรุงและแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้
4. แบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ เพื่อใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อสิ้นสุดแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน ซึ่งมีลักษณะเป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ โดยแต่ละข้อมีคำถามย่อย 4 ข้อ รวมคำถามย่อยทั้งหมด 12 ข้อ

ผู้วิจัยนำเครื่องมือทั้งหมดเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 คน ได้แก่ ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา คณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา และครูที่รับผิดชอบรายวิชา เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม และปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากการตรวจคุณภาพเครื่องมือ ผู้เชี่ยวชาญเสนอให้มีการปรับปรุงสถานการณ์ปัญหาในแต่ละใบกิจกรรมให้มีลักษณะร่วมทางด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากความแตกต่างด้านเนื้อหาส่งผลต่อการตัดสินใจของนักเรียนในขั้นการเลือกปัญหา พร้อมทั้งปรับภาษาที่ใช้ในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การดำเนินการวิจัยเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลมีขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้แจงลำดับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย
2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง ทรีโกณมิติประยุกต์ ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เวลาทั้งหมด 8 ชั่วโมงตามคาบเรียนของโรงเรียน
3. สังเกตการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน โดยผู้วิจัยและครูที่รับผิดชอบรายวิชาบันทึกผลการสังเกตลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
4. วิเคราะห์ผลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เพื่อนำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการรอบต่อไป
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง หลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้แล้ว

6. วิเคราะห์ผลที่ได้จากใบกิจกรรมและแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) เพื่อระบุผลการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางที่มีต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบระหว่างการจัดการเรียนรู้ และแนวทางการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้าด้านแหล่งข้อมูล (Resource triangulation) โดยพิจารณาความสอดคล้องของข้อมูลที่ได้จากครูที่รับผิดชอบรายวิชาและผู้วิจัย

สำหรับข้อมูลที่ได้จากใบกิจกรรมและแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำข้อมูลดังกล่าวมาตรวจและจัดกลุ่มคำตอบตามเกณฑ์รูปรีค 4 ระดับ ได้แก่ ดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ เพื่อวิเคราะห์ผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยอาศัยการวิเคราะห์เนื้อหา และตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้าด้านวิธีการรวบรวมข้อมูล (Method triangulation)

สรุปผลการวิจัย

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัย 2 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ค้นพบแนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอนหลัก ดังนี้

1. ขั้นการเลือกปัญหา ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนบางคนเลือกอ่านเพียงสถานการณ์ปัญหาเดียวแล้วลงมติเลือกสถานการณ์ปัญหาตามเพื่อน โดยให้เหตุผลว่า “โจทย์ข้อนี้ดูยุ่งยาก เพราะเกี่ยวกับโครงงานวิทยาศาสตร์ และมีตัวหนังสือเต็มไปหมด” ด้วยเหตุนี้ ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3 ผู้วิจัยจึงนำเสนอปัญหา พร้อมทั้งปรับบริบทสถานการณ์ปัญหาให้เกี่ยวกับชีวิตประจำวันและสามารถสอดแทรกรูปภาพหรือเรื่องเล่าประกอบการนำเสนอปัญหาได้ อาทิเช่น สถานการณ์ปัญหา “การซื้อเอ็นดกปลา” ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยเล่าถึงการตุนการแข่งตกปลาที่เคยออกอากาศทางโทรทัศน์และถามถึงการตุนที่เกี่ยวกับกีฬานักเรียนรับชม และสถานการณ์ปัญหา “กันสาด” และ “การสร้างหลังคาบ้าน” ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยกล่าวถึงลักษณะและสไตล์การตกแต่งบ้าน พร้อมทั้งเชิญชวนให้นักเรียนคาดการณ์ลักษณะของโครงหลังคาของอาคารและนำมาเปรียบเทียบกับ โครงหลังคาของสถานการณ์ปัญหา จากการปรับวิธีการนำเสนอและบริบทของสถานการณ์ปัญหา พบว่า นักเรียนทุกคนตั้งใจฟังและมีส่วนร่วมในการเลือกปัญหาที่ตนเองสนใจและต้องการหาคำตอบ

2. ขั้นการเสนอวิธีการแก้ปัญหา ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุสมบัติหรือเอกลักษณ์ตรีโกณมิติที่จำเป็นต้องใช้ หากแต่จะระบุเพียงชื่อบทเรียนหรือหัวข้อย่อยของหน่วยการเรียนรู้ และไม่สามารถบอกเหตุผลของการระบุความรู้ที่ใช้ได้อย่างเฉพาะเจาะจง ดังภาพที่ 1 (ด้านซ้าย) โดยมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนเคยชินกับการใช้สูตรและการทำตามขั้นตอนที่ครูสอนเท่านั้น จึงทำให้นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ เงื่อนไขของปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยจึงแนะนำวิธีการเลือกความรู้ที่ใช้สำหรับการแก้ปัญหา โดยถามเงื่อนไขหรือลักษณะเฉพาะของการใช้สูตร ทฤษฎี หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า แม่นักเรียนยังไม่สามารถระบุเหตุผลของการเลือกความรู้ได้ครบถ้วน แต่ก็สามารถระบุความรู้ที่ใช้สำหรับการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 1 (ด้านขวา)



2. นักเรียนจะนำความรู้ สูตร ทฤษฎีบทหรือหลักการใดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้
เหตุใดจึงใช้ความรู้อย่างกล่าว (R1, Re1)
ความรู้ที่ใช้ คือ ค่าตรีโกณ, MSN, MSN, วงกลมหนึ่งหน่วย, กฎ
เพราะ ผู้ทรงคุณวุฒิ ให้สูตรตรีโกณ
ความรู้ที่ใช้ คือ Law of sine
เพราะ ผู้สอนและได้ในข้อ Δ ที่ไม่ใช่ Δมุมฉาก

ภาพที่ 1 แสดงการระบุน้ำความรู้ที่ใช้และเหตุผลของการระบุน้ำความรู้ที่ใช้

3. ขั้นการรวบรวมข้อมูล ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนยังไม่สามารถวิพากษ์ข้อดีข้อเสียของแนวทางการแก้ปัญหาของเพื่อนได้ เนื่องจากการนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาของเพื่อนยังไม่ชัดเจน จึงส่งผลให้นักเรียนยังไม่เห็นจุดเหมือนและจุดแตกต่างของแต่ละวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกนำเสนอ ดังนั้น ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3 ผู้วิจัยจึงช่วยระบุนำประเด็นหรือขั้นตอนของแนวทางการแก้ปัญหาโดยการเลือกนักเรียนคนอื่นมานำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาที่เพื่อนนำเสนออีกครั้งหนึ่ง เพื่อแนะให้นักเรียนเห็นประเด็นที่คลุมเครือ เมื่อใช้วงจรปฏิบัติการที่ 1

4. ขั้นการวิเคราะห์และตีความข้อมูล ในทุกวงจรปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางการแก้ปัญหาที่ได้จากขั้นการรวบรวมข้อมูลได้ แต่ยังไม่ได้รับเหตุผลรองรับวิธีดำเนินการแก้ปัญหา ดังภาพที่ 2 เนื่องจากนักเรียนคุ้นเคยการใช้สูตร ทฤษฎี หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ในการแก้สมการหรือปัญหา จึงมิได้เขียนสูตรกำกับไว้ แต่นักเรียนก็สามารถบอกเหตุผลรองรับขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาของตนได้ เมื่อผู้วิจัยถามเหตุผลในการตั้งสมการเริ่มต้นการดำเนินการทางพีชคณิต และการจัดรูปสมการ

3. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (P2, Re2)

$$\tan \theta + \sec \theta = 2$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = 2$$

$$\sin \theta + 1 = 2 \cos \theta$$

$$\sin \theta = 2 \cos \theta - 1$$

$$2 \cos \theta - 1 = \sin \theta$$

ยกกำลัง 2 ทั้งข้าง

$$4 \cos^2 \theta - 4 \cos \theta + 1 = \sin^2 \theta$$

$$4 \cos^2 \theta - 4 \cos \theta + 1 = 1 - \cos^2 \theta$$

$$5 \cos^2 \theta - 4 \cos \theta = 0$$

$$\cos \theta (5 \cos \theta - 4) = 0$$

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

เพราะฉะนั้น $\cos \theta = \frac{4}{5}$ ได้

$$T = 6 \left(\frac{4}{5} \right) \left(\frac{4}{5} \right)$$

$$= 48$$

$$W_{\text{ปลา}} = 50 \text{ N}$$

ภาพที่ 2 แสดงการดำเนินการแก้ปัญหา

5. ขั้นสรุป ในทุกวงจรปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ แต่ยังไม่สามารถแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ เนื่องจากนักเรียนทราบเพียงวิธีการตรวจคำตอบด้วยการแทนค่าคำตอบที่ได้จากการคำนวณ ผู้วิจัยจึงแนะนำให้ให้นักเรียนพิจารณาสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และเงื่อนไขของปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักเรียนจึงทราบว่าคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหาต้องตรงประเด็นกับสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา ดังภาพที่ 3

4. ให้นักเรียนสรุปคำตอบ พร้อมทั้งแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (P3, R3, Re: ตอบ ไม่ใช่)

เพราะ ต้องการหาแรงที่ปลาจะดึง 50 N แต่ที่จับในแนวนอนได้เพียง 48 N.

ภาพที่ 3 แสดงการสรุปคำตอบ

สำหรับการสรุปสิ่งที่ค้นพบ เนื่องจากขั้นการรวบรวมข้อมูลในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มีปัญหาในการวิพากษ์แนวทางการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจึงแนะแนวทางการแก้ปัญหาที่นักเรียนต้องค้นพบให้ ซึ่งในวงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3 นักเรียนสามารถสรุปแนวทางการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

6. ขั้นตอนข้อสรุป ในท่วงจรปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนสามารถนำแนวทางการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้มาใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่เหลือจากขั้นการเลือกปัญหาได้

ส่วนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิเคราะห์ใบกิจกรรมและแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 1 ระดับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านของนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2

การคิดเชิง คณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ในแต่ละระดับ							
	วงจรปฏิบัติการที่ 1				วงจรปฏิบัติการที่ 2			
	พอใช้	ปานกลาง	ดี	ดีมาก	พอใช้	ปานกลาง	ดี	ดีมาก
ด้านการแก้ปัญหา	0 (0.00)	18 (75.00)	6 (25.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	4 (16.67)	14 (58.33)	6 (25.00)
ด้านการให้เหตุผล	3 (12.50)	19 (79.17)	2 (8.33)	0 (0.00)	4 (16.67)	7 (29.17)	12 (50.00)	1 (4.17)
ด้านการนำเสนอ	2 (8.33)	17 (70.83)	5 (20.83)	0 (0.00)	0 (0.00)	5 (20.83)	19 (79.17)	0 (0.00)

จากตารางที่ 1 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้านอยู่ในระดับปานกลาง ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนมีพัฒนาการในทุกด้านของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านการแก้ปัญหาที่มีนักเรียนบางส่วนอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากสามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ สามารถนำเสนอสูตร ทฤษฎี หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ และสามารถนำคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหามาสรุปได้

ตารางที่ 2 ระดับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านของนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และแบบทดสอบ

องค์ประกอบของ การคิดเชิง คณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ในแต่ละระดับ							
	วงจรปฏิบัติการที่ 3				แบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์			
	พอใช้	ปานกลาง	ดี	ดีมาก	พอใช้	ปานกลาง	ดี	ดีมาก
ด้านการแก้ปัญหา	0 (0.00)	4 (16.67)	5 (20.83)	15 (62.50)	0 (0.00)	4 (16.67)	0 (0.00)	20 (83.33)
ด้านการให้เหตุผล	0 (0.00)	0 (0.00)	17 (70.83)	7 (29.17)	0 (0.00)	2 (8.33)	12 (50.00)	10 (41.67)
ด้านการนำเสนอ	0 (0.00)	0 (0.00)	10 (41.67)	14 (58.33)	0 (0.00)	0 (0.00)	4 (16.67)	20 (83.33)

จากตารางที่ 2 ระดับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 3 มีความสอดคล้องกับผลการทำแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ผลการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความน่าเชื่อถือของข้อมูลด้านวิธีการรวบรวมข้อมูล โดยนักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาและด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดอยู่ในระดับดีมาก ขณะที่ด้านการให้เหตุผลอยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนยังไม่สามารถบอกเหตุผลของการระบุนความรู้ที่ใช้สำหรับวางแผนแก้ปัญหาได้ หากแต่จะอาศัยการลองผิดลองถูกในการตั้งและจัดรูปสมการเพื่อให้มีรูปแบบตรงกับความรู้หรือสูตรที่โกณมิติที่มี

อภิปรายผลการวิจัย

ส่วนที่ 1 การพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้พัฒนาการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการเลือกปัญหา เลือกสถานการณ์ปัญหาโดยการเลือกสถานการณ์ปัญหาที่คิดว่าไม่สามารถทำได้ด้วยตัวเอง เพราะนักเรียนไม่ทราบว่าควรนำความรู้ใดมาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาดังกล่าว ด้วยเหตุนี้ ครูควรตรวจสอบหรือทบทวนความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนมีความพร้อมสำหรับการเรียนรู้และค้นพบความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาตามจุดมุ่งหมายที่ครูวางไว้ ซึ่งสอดคล้องกับ Gerver & Sgroi (2003, p. 8) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางอาจไม่ประสบความสำเร็จ หากนักเรียนขาดความรู้หรือทักษะที่จำเป็นต่อการดำเนินการในกิจกรรมการเรียนรู้

2. ขั้นการเสนอวิธีการแก้ปัญหา ให้นักเรียนระบุความรู้ สูตร ทฤษฎีบทหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงความเหมาะสมหรือเหตุผลที่เลือกระบุความรู้ สูตร ทฤษฎีบทหรือหลักการทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นมาใช้ ซึ่งช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา และยังทำให้นักเรียนได้ทราบถึงลักษณะเฉพาะเทคนิค เงื่อนไข หรือแนวทางของการใช้ความรู้ สูตร ทฤษฎีบทหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผ่านการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างเพื่อนร่วมชั้นเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ Yurniwati & Hanum (2017, p. 79) ที่กล่าวว่า การนำโมทีฟขององค์ความรู้ ทฤษฎี หรือข้อมูลมาอภิปรายจะทำให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญาซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

3. ขั้นการรวบรวมข้อมูล การเลือกนักเรียนมานำเสนอแนวทางการแก้ปัญหานั้น ครูควรคำนึงถึงความแตกต่างและความหลากหลายของแนวทางการแก้ปัญหาเพื่อแนะให้นักเรียนเห็นข้อดีข้อเสียของวิธีการแก้ปัญหามานำเสนอผ่านการเปรียบเทียบจุดเหมือนและจุดต่างของแนวทางที่เพื่อนนำเสนอ ซึ่งสอดคล้องกับ Shieh & Yu (2016, p. 840) ที่กล่าวว่า การส่งเสริมให้นักเรียนให้นำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ การช่วยนักเรียนในการเปรียบเทียบแนวทางการแก้ปัญหา และการแก้ไขจุดผิดของแนวทางการแก้ปัญหา ล้วนเป็นการเสริมแรงในการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง ทั้งนี้ ในการวิพากษ์แนวทางการแก้ปัญหาดังกล่าว ครูควรมีลำดับของประเด็นที่ควรแนะโดยอาจเรียงตามแนวทางการแก้ปัญหาเพื่อช่วยให้ครูทราบทิศทางของการแนะและนำห้องเรียนไปสู่ข้อค้นพบที่ได้วางไว้ ซึ่งสอดคล้องกับ Gerver & Sgroi (2003, p. 8) ที่กล่าวว่า แผนผังการแนะแนวทางช่วยให้ครูทราบลำดับของประเด็นที่ควรแนะเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนดำเนินการค้นพบตามแนวทางที่ได้วางไว้

4. ขั้นการวิเคราะห์และตีความข้อมูล การตั้งคำถามเกี่ยวกับเหตุผลของการดำเนินการหรือขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนเลือกใช้ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนไม่หลุดแนวทางการแก้ปัญหา ทั้งยังเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักลำดับก่อนหลังในการแก้ปัญหาและมีเหตุผลรองรับในแต่ละขั้นตอนที่ดำเนินการ กล่าวคือ คำถามของครูสามารถทำให้ทราบถึงหลักการในการตั้งสมการเริ่มต้น สูตรที่นักเรียนเลือกใช้ หรือขั้นตอนการจัดรูปสมการจากการตอบคำถามของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ Yuliani & Saragih (2015, p. 126) ที่กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง การโต้ตอบระหว่างคำถามของครูและคำตอบของนักเรียนเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปจากคำแนะนำของครูที่อยู่ในรูปแบบของการตั้งคำถาม

5. ขั้นสรุป นักเรียนสรุปสิ่งที่เรียนรู้หรือสิ่งที่ค้นพบด้วยตนเองซึ่งเป็นส่วนสำคัญที่ช่วยให้จดจำข้อสรุปผ่านภาษาของตนเองและเข้าใจข้อสรุปผ่านแนวคิดของตนเองจากกิจกรรมการเรียนรู้ ดังเห็นได้จากผลการทำแบบทดสอบที่นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับคุณภาพของการคิดเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

มาก ดังตารางที่ 2 แม้ว่าแบบทดสอบนั้นประกอบด้วยเนื้อหาจากวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่มีระดับคุณภาพอยู่ในระดับปานกลาง ดังตารางที่ 1 กล่าวคือ นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ เนื่องจากนักเรียนสร้างหรือค้นพบข้อสรุป ความรู้ หรือแนวทางการแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยตนเอง (กรรณิการ์ จักรกรรณ, 2555, น. 719-721)

6. ขั้นตอนทดสอบข้อสรุป การทดสอบข้อสรุปที่นักเรียนค้นพบร่วมกันนั้น ครูควรมอบหมายให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเป็นรายบุคคล และยังเป็นโอกาสที่ครูจะช่วยปรับข้อสรุปให้เข้ากับแนวคิดและภาษาของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งสอดคล้องกับ Gerver & Sgroi (2003, p. 9) ที่กล่าวว่า ครูควรติดตามผลการเรียนรู้ด้วยการมอบหมายงานให้นักเรียนทำด้วยตนเอง แม้ว่าจะมีการจัดการเรียนรู้ด้วยการร่วมมือกันหรือการทำกิจกรรมกลุ่ม ทั้งนี้ ครูอาจทดสอบข้อสรุปของนักเรียนโดยการใช้สถานการณ์ปัญหาที่เหลือจากขั้นการเลือกปัญหา เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางเป็นวิธีที่อาศัยสถานการณ์ปัญหาเป็นเครื่องมือให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และค้นพบข้อสรุป ดังนั้นสถานการณ์ปัญหาในขั้นนี้ก็ควรมีลักษณะเช่นเดียวกับสถานการณ์ปัญหาแรก ซึ่งสอดคล้องกับ Shieh & Yu (2016, p. 840) ที่กล่าวว่า การแก้สถานการณ์ปัญหาที่คล้ายกันช่วยให้นักเรียนได้ตรวจสอบกระบวนการคิด เปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ปัญหา และวิเคราะห์แนวทางที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหานั้นเป็นส่วนสำคัญในการทบทวนหรือปรับปรุงข้อสรุปที่ค้นพบ

ส่วนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยอภิปรายผลการจัดการเรียนรู้ตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 3 ด้าน ดังนี้

1. ด้านการแก้ปัญห นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาโดยการระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ สามารถดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหด้วยการการนำเสนอ ทฤษฎี หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ และสามารถสรุปคำตอบได้ตรงประเด็นตามสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา เพราะนักเรียนได้วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ Shieh & Yu (2016, p. 840) ที่กล่าวว่า ในการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติ รวบรวม และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสิ่งเหล่านี้ปลูกฝังให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญห

2. ด้านการให้เหตุผล นักเรียนสามารถให้เหตุผลในการระบุความรู้ที่ใช้เพื่อกำหนดแนวทางการแก้ปัญห พร้อมทั้งสามารถดำเนินการแก้ปัญหและการสรุปคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล เนื่องจากนักเรียนได้รับการแนะโดยการตั้งคำถามเกี่ยวกับที่มาและเหตุผลของการดำเนินการทาง

คณิตศาสตร์ซึ่งช่วยฝึกการให้เหตุผลรองรับวิธีการดำเนินการและได้มีโอกาสตรวจสอบความสมเหตุสมผลของวิธีการแก้ปัญหาของตน ซึ่งสอดคล้องกับ Baroody et al. (2015, p. 93) ที่พบว่า จำนวนครั้งในการแนะแนวทางของครูแปรผันตรงกับระดับของการให้เหตุผลของนักเรียน

3. ด้านการเสนอตัวแทนความคิด แม้ว่านักเรียนจะสามารถใช้การขีดเส้นได้ การคัดลอกข้อความ ตัวแปรหรือสัญลักษณ์ และรูปภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหา แสดงการดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบได้ แต่กระนั้นสถานการณ์ปัญหาที่ต้องเอื้อต่อการใช้ตัวแทนความคิด เช่น สถานการณ์ปัญหา “ก้นสาด” และ “การสร้างหลังคาบ้าน” ที่กระตุ้นให้นักเรียนจำเป็นต้องใช้รูปภาพในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ Allen (2013, p. 286) ที่กล่าวว่า ปัญหาเป็นส่วนสำคัญในการขับเคลื่อนความสามารถในการแก้ปัญหาและการเสนอตัวแทนความคิด ปัญหาที่หลากหลายจึงจะบีบคั้นให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง ครูจำเป็นต้องเข้าใจในตัว of นักเรียน เช่น ภาษาพูด ภาษาเขียน หรือสิ่งต่างๆ ที่แสดงถึงแนวคิดของนักเรียน เพื่อให้ครูสามารถแนะนำนักเรียนได้ถูกต้อง หากนักเรียนไม่สามารถค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

2. การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง ครูควรสร้างปัญหาให้สามารถใช้ตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้หลายแบบ เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ถูกปลูกฝังให้ใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรในการแก้ปัญหา ดังนั้น ปัญหาจึงมีส่วนช่วยให้นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์อื่นๆ

3. การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้ค้นพบองค์ความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาผ่านสถานการณ์ปัญหา ดังนั้นจึงควรมีการศึกษาวิธีการสร้างปัญหาให้มีความน่าสนใจ และสอดคล้องกับความรู้เดิมของนักเรียนเพื่อให้สามารถค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

เอกสารอ้างอิง

กรรณิการ์ จักรกรด. (2555, มกราคม-เมษายน). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การสอนแบบค้นพบโดยการแนะแนวทาง. *Veridian E-Journal, Silpakorn University*, 5(1), 710-721.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2557). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์*.

กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์.

- จรรยา ภูอุดม. (2543). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. ปรินญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ (สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ชาตรี ฝ่ายคำตา. (2559). การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.
- แพรวไหม สามารธ. (2556). การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์. *OJED*, 701-714.
- รุ่งทิวา นามารุง. (2550). วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุ ตั้งแต่ 7-10 ปี. *วารสารวิจัยทางการศึกษา*, 2(1), 57-69.
- Allen, K. C. (2013). Problems before Procedures: Systems of Equations. *Mathematics Teacher*, 286-291.
- Baroody, A. J., Purpura, D. J., Eiland, M. D., & Reid, E. E. (2015). The impact of highly and minimally guided discovery instruction on promoting the learning of reasoning strategies for basic add-1 and doubles combinations. In *Early Childhood Research Quarterly*, 93-105.
- Gerver, R. K., & Sgroi, R. J. (2003). Creating and Using Guided-Discovery Lessons. *The Mathematics Teacher*, 6-13.
- Isoda, M., & Katagiri, S. (2012). *Mathematical Thinking How to Develop it in the Classroom*. Singapore: World Scientific.
- Kemmis, S., & McTaggart, R. (2000). *The SAGE Handbook of Qualitative Research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically*. Dorset: Henry Ling Ltd.
- Moore, K. D., & Quinn, C. (1994). *Secondary Instructional Methods*. Madison, Wisconsin: Brown & Benchmark Pub.
- Shieh, C. J., & Yu, L. (2016). A Study on Information Technology Integrated Guided Discovery Instruction towards Students' Learning Achievement and Learning Retention. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 833-842.
- Yuliani, K., & Saragih, S. (2015). The Development of Learning Devices Based Guided Discovery Model to Improve Understanding Concept and Critical Thinking Mathematically Ability of Students at Islamic Junior High School of Medan. *Journal of Education and Practice*, 116-128.



Yurniwati, Y., & Hanum, L. (2017). Improving Mathematics Achievement of Indonesian 5th Grade Students Through Guided Discovery Learning. *Journal on Mathematics Education*, 77-84.
