แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

Mathematical Ideas in Mathematics Classroom Using Lesson Study and Open Approach

สันติ บรรเลง, Sunti Bunlang[1]
ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, Maitree Inprasitha[2]
นฤมล ช่างศรีม, Narumon Changsri[3]
Email: sunbun@kku.ac.th

Received: July 30*, 2022* **Revised** *August 17, 2022*
Accepted: *August 17, 2022*

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 16 คน ระเบียบวิธีวิจัยใช้วิจัยเชิงคุณภาพ โดยการวิเคราะห์โพรโทคอลที่ได้จากการถอดแถบเสียงและวีดิทัศน์ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกันทีมการศึกษาชั้นเรียนพบว่ามีการคาดการณ์แนวคิดทางคณิตศาสตร์ 7 ประเภทจำนวน 5 คาบเรียนในขั้นตอนที่ 1) การวางแผนบทเรียนร่วมกัน (Plan) และ ในขั้นตอนที่ 2) การสังเกตการสอนร่วมกัน (Do) โดยการใช้วิธีการแบบเปิด ในขั้นนี้พบ 7 ประเภทของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ 2.1) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการ 2.2) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบ 2.3) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกลุ่ม 2.4) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหน่วย 2.5) แนวคิดเกี่ยวกับอัลกอริทึม 2.6) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหลักการพื้นฐานและแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความคงทนของรูปแบบ 2.7) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเป็นแสดงแทนต่างๆและการแปลง ในขั้นตอนที่ 3) การสะท้อนผลร่วมกัน (See) ทีม

---

[1] คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น/ Faculty of Education, Khon Kaen University.
[2] คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น/ Faculty of Education, Khon Kaen University.
[3] คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น/ Faculty of Education, Khon Kaen University.

การศึกษาชั้นเรียนสะท้อนผลเกี่ยวกับ การออกแบบสื่อมีความไม่ชัดเจนทำให้นักเรียนเกิดความสับสนแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหน่วย

คำสำคัญ: แนวคิดทางคณิตศาสตร์, แนวคิดของนักเรียน, การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

Abstract

The purpose of this research was to analyze Students' Mathematical Ideas in Mathematics classrooms using Lesson Study and Open Approach. The target group of this research was 16 students of 4 Grade. The research methodology used was qualitative by the protocol analysis obtained from the students' worksheets and videos focused on problem–solving. The results showed that Mathematical Ideas during the design of lesson plans, the lesson study team found that seven types of mathematical Ideas were predicted in 5 lessons including; the first stage, 1) Collaborative Lesson Planning (Plan), and the second stage,2) Collaborative observing (Do) by using Open Approach, this stage found seven types of students' mathematical ideas, they were; 2.1) mathematical ideas regarding operation, 2.2) comparison, 2.3) group, 2.4) unit, 2.5) algorithm, 2.6) mathematical ideas regarding fundamental principles and the permanence of form and 2.7) mathematical ideas regarding various symbols and conversion, the third stage,3) Collaborative Reflection (See), the study team reflects on the mathematical ideas involving the ambiguous material design which confuses students with mathematic ideas regarding units.

Keyword: Mathematical Ideas, Student's Ideas, Lesson Study and Open Approach

1. บทนำ

ลักษณะที่โดดเด่นของการเรียนรู้ในโรงเรียนของนักเรียนแบบเดิมคือการบอกความรู้คณิตศาสตร์โดยตรงนักเรียนถูกมองว่า เป็น “ตู้รับสินค้า” ที่จำเป็นต้องมีไฟล์ ความรู้ และ ทักษะ นักเรียนค่อนข้างเป็นผู้รับที่ติดตัวของความรู้ที่บรรจุให้เสร็จก่อนให้จาก[4] ถึงแม้ประเทศไทยจะมีความพยายามในการแก้ปัญหาทางการศึกษามาโดยตลอด โดยเฉพาะอย่างยิ่งการปฏิรูปการศึกษาระหว่างปี พ.ศ. 2542–2552 ซึ่งมีจุดเน้นที่ “หัวใจของการปฏิรูปการศึกษาคือการปฏิรูปการเรียนรู้ และหัวใจของการปฏิรูปการเรียนรู้ ก็คือ ปฏิรูปจากการยึดวิชาเป็นตัวตั้งมาเป็นยึดมนุษย์หรือผู้เรียนเป็นตัวตั้ง หรือที่เรียกว่า ผู้เรียนสำคัญที่สุด” กล่าวว่า บทบาทครูจึงยังคงถูกมองว่าเป็นผู้ที่บอกข้อมูลต่อนักเรียน และหลังจากนั้นก็ประเมินว่านักเรียนรับได้ดีเพียงใดนักเรียนขาดโอกาสในการเข้าร่วมอภิปรายวาทกรรมและการสื่อสารที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน[5]

คณิตศาสตร์ไม่ได้เกี่ยวกับตัวเลขเท่านั้น แต่ยังเกี่ยวกับระดับความคิดสร้างสรรค์ที่หลากหลายสำหรับการนำเสนอแก่นักเรียนเพื่อเข้าร่วมในวิชาคณิตศาสตร์[6] การสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองเป็นที่ยอมรับมากกว่าการได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำเร็จรูปจากครูหรือตำราเรียน นักเรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาด้วยตนเอง และเป็นตัวแทนที่มีความหมายในการเชื่อมโยงโลกจริงจากภายในของนักเรียน นักเรียนมีความต่อเนื่องในการคิดค้นวิธีการจัดการกับโลกจริง[7]

แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของความรู้ด้านเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการส่งเสริมและพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้สามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์และแก้ปัญหาชีวิตด้วย

---

[4] Kinard, J.T., & Kozulin, A. (2008). ***Rigorous mathematical thinking: Conceptual formation in the mathematics classroom.*** New York: Cambridge University Press.Leher, R. (2007). Development understanding of measurement. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standard for school mathematics* (pp.179–192). US: The National Council of Teachers of Mathematics.

[5] ประเวศ วสี (2543). ***ปฏิรูปการเรียนรู้ผู้เรียนสำคัญที่สุด,*** (กรุงเทพมหานคร:คุรุสภาลาดพร้าว, 2543), หน้า 34.

[6] Bevan, D., & Capraro, M. M, **Posing creative problems: A study of elementary students’** mathematics understanding. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 16* (3), em0654 (2021), P. 19.

[7] Hiebert, J., & Carpenter, T. P ., ***Theories of mathematical learning and understanding.*** Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics, 1992), P. 56.

คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ[8] คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมของมนุษย์ คณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงภาษา แต่เป็นกิจกรรมทางสมอง และ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นเพียงแค่คำหรือประโยคทางคณิตศาสตร์ แต่อยู่ในสถานการณ์จากโลกจริง ในกิจกรรมที่การเรียนรู้เชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง กล่าวคือ การเรียนรู้คณิตศาสตร์หมายถึงการทำคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาในชีวิตทุกวันและปัญหาตามบริบท[9]

นักเรียนไทยมีปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ เนื่องจากทั้งสองวิชาทำหน้าที่เป็นรากฐานของประสบการณ์ในชีวิตประจำวันของเรา[10] จุดเน้นในการปฏิบัติการสอนแบบใหม่ ที่เรียกว่าวิธีการแบบเปิดเน้นให้ “นักเรียนมีโจทย์ หรือปัญหาของตนเอง” และ “ร่วมแก้ปัญหากับคนอื่น” และ หนึ่งในงานที่สำคัญที่สุดของครูคือการช่วยนักเรียนของเขา งานนี้ไม่ใช่เรื่องง่าย มันต้องอาศัยเวลา ถ้าครูช่วยเหลือนักเรียนมากเกินไปจะเป็นการรบกวนนักเรียนในการแก้ปัญหา การเน้นให้นักเรียนมีโจทย์ หรือปัญหาของตนเอง และ ร่วมแก้ปัญหากับคนอื่นยังเป็นเรื่องยากสำหรับครู การที่จะออกแบบสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดเพื่อให้สถานการณ์ปัญหาสามารถรองรับแนวคิดของนักเรียนได้อย่างกว้างขวาง การคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนที่จะมีต่อสถานการณ์ปัญหาที่สร้าง การสังเกตแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นจริง และการสะท้อนผลเกี่ยวกับแนวคิดของนักเรียนจึงเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ครูคนเดียวไม่สามารถทำได้ จำเป็นที่ต้องเรียนรู้สิ่งต่างๆ เหล่านี้ด้วยกันผ่านนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน[11]

นวัตกรรมทางการศึกษา 2 อย่างเพื่อจะปรับเปลี่ยนกระบวนทัศน์ของครูทางด้านการสอน และการปรับปรุงพัฒนาการสอนอย่างต่อเนื่อง นวัตกรรมทางการศึกษาอย่างแรกคือ วิธีการสอนแบบใหม่เรียกว่า “วิธีการแบบเปิด (Open approach)” หัวใจของวิธีการสอนแบบนี้อยู่ที่การให้ความสำคัญกับเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยเฉพาะความแตกต่างทางด้านการคิดโดยใช้

---

[8] Mangao, D. D., Ahmad, N. J., Isoda, M., ***SEAMEO Basic Education Standards (SEA–BES): Common Core Regional Learning Standards (CCRLS) in Mathematics and Science***. SEAMEO RECSAM Penang, Malaysia, 2017), P. 29.

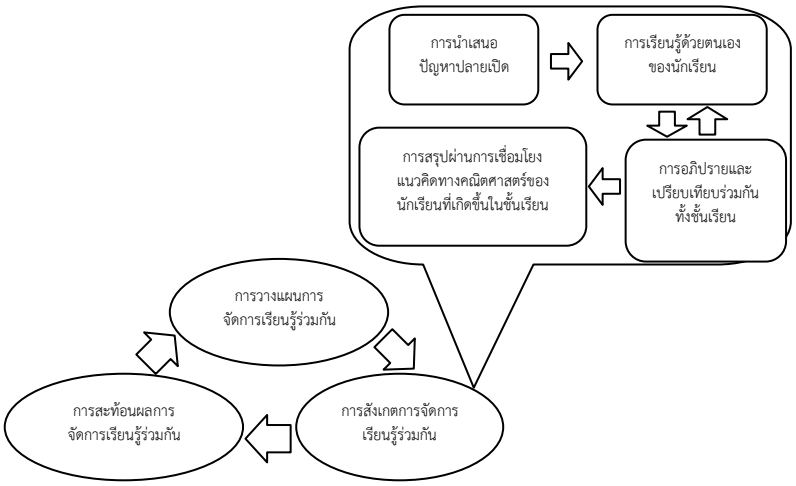
[9] Freudenthal, H, ***Revisiting Mathematics Education***. **China Lectures.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991), P. 90.

[10] สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, ***ผลการประเมิน PISA 2012คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไรได้บ้าง*****,** (กรุงเทพมหานคร : อรุณการพิมพ์, 2557), หน้า 71.

[11] ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (ผู้แปลและเรียบเรียง), ***หนังสือเรียนคณิตศาสตร์สำหรับระดับชั้นประถมศึกษา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*****,** (ขอนแก่น: โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา, 2554) หน้า 22.

สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่เปิดกว้างรองรับแนวคิดของนักเรียนในชั้นเรียนให้มากที่สุดหรือนักเรียนทุกคน ซึ่งในภาคปฏิบัติสถานการณ์ปัญหาสามารถเป็นกลไกขับเคลื่อนการบูรณาการองค์ประกอบสาระการเรียนรู้

นวัตกรรมส่วนที่ 2 คือ นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน(Lesson Study) ใช้สำหรับการทำงานร่วมกันของครูเพื่อปรับปรุงและพัฒนาวิธีการแบบเปิดโดยตรง เพื่อที่จะเน้นการแก้ปัญหาด้วยตนเองของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนคิดได้ด้วยตนเอง ดังนั้นการออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่ใช้วิธีการแบบเปิด เพื่อรองรับแนวคิดของนักเรียนได้อย่างกว้างขวาง จำเป็นต้องใช้นวัตกรรมสองอย่างนี้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในภาคปฏิบัติในชั้นเรียนจริง ดังรูปที่ 1



ภาพที่ 1 แนวคิดการบูรณาการ การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด[12]

เป้าหมายของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดคือ เพื่อสนับสนุน ทั้งกิจกรรมเชิงสร้างสรรค์และการคิดแบบคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปพร้อมกันในระหว่างการแก้ปัญหา จึงจำเป็นที่จะต้องให้นักเรียนแต่ละคนมีอิสระอย่างเพียงพอในการแก้ปัญหาและตามความสามารถและความสนใจของตนเอง[13]

---

[12] ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, **กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน,** (ขอนแก่น: เพ็ญปริ้นติ้ง จำกัด, 2557), หน้า 96.

[13] Nohda, N. (2000). **Teaching by open–approach method in Japanese mathematics classroom.** ***In Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME),*** Hiroshima, Japan, July 23–27, Volume 1, ERIC ED 466736

หากมองไปในแนวทางการพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในศตวรรษที่ 21 ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาด้วยตนเองของนักเรียน ซึ่งจุดเริ่มต้นจากแนวคิดของนักเรียน ถูกพัฒนาเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จนกลายเป็น "วิธีการ" (how to) หรือเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ในบทเรียนต่อไป ดังนั้น ในบทความนี้จึงสนใจการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

2. แนวคิดเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์เชิงบวก

เพื่อวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

3. วิธีเนินการวิจัย

1. รูปแบบการวิจัย

ระเบียบวิธีวิจัยในการวิจัยนี้เป็นการออกแบบการวิจัยชาติพันธุ์วิทยาเป็นแนวทางวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ สามารถให้รายละเอียดเกี่ยวกับปรากฏการณ์ทางสังคมต่างๆ ได้อย่างละเอียดและครอบคลุม ซึ่งรวมถึงการกระทำ พฤติกรรม ปฏิสัมพันธ์ และความเชื่อ[14]

2. ประชากร กลุ่มตัวอย่างและผู้ให้ข้อมูลสำคัญ กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยนี้ ใช้วิธีการเลือกแบบแบบเจาะจง (Purposive Sampling) 2 กลุ่มดังนี้

2.1 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 16 คน โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์เป็นนักเรียนที่คุ้นเคยในการใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดอย่างต่อเนื่องมาตลอด 4 ปี (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1–4) ทำให้มีคุณลักษณะในการคิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2.2 ทีมการศึกษาชั้นเรียนประกอบด้วย ครูประจำการในโรงเรียนที่มีประสบการณ์ในการใช้นวัตกรรมมากว่า 14 ปี (2549–ปัจจุบัน) จำนวน 3 คน ผู้วิจัยและนักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา จำนวน 6 คน

3. เครื่องมือในการวิจัย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

3.1 แผนจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 แผน เป็นแผนจัดการเรียนรู้ เรื่อง ทศนิยม โดยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยยึดเนื้อหาจากหนังสือเรียน Gakkotosho[15] โดยการนำเสนอเนื้อหา

---

[14] Reeves, S., Peller, J., Goldman, J., & Kitto, S. (2013). **Ethnography in qualitative educational research: AMEE guide no. 80**. *Medical Teacher, 35*(8), e1365–e1379. https://doi.org/10.3109/0142159X.2013.804977

[15] ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (ผู้แปลและเรียบเรียง), ***หนังสือเรียนคณิตศาสตร์สำหรับระดับชั้นประถมศึกษา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4,*** (ขอนแก่น: โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา, 2554), หน้า 55.

ของหนังสือเรียนนี้เริ่มต้นจากการให้นักเรียนใช้ประสบการณ์จากชีวิตจริงในการทำความเข้าใจหรือสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมที่ซ่อนเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่หนังสือเรียนนี้ได้ออกแบบและวางลำดับกิจกรรมไว้

3.2. แบบบันทึกภาคสนาม (Field Note) ใช้จดบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนที่มีการตอบสนองต่อสถานการณ์ปัญหาของทีมการศึกษาชั้นเรียน

3.3 บันทึกวิดิทัศน์ชั้นเรียน เครื่องบันทึกวิดีทัศน์พร้อมอุปกรณ์ ใช้สำหรับบันทึกมุมมองภาพเคลื่อนไหวในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาระหว่างการเรียนการสอน ตาม 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด ประกอบด้วย

1. การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing Open-ended problem)

2. การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (student's self-learning)

3. การอภิปรายทั้งชั้นและการเปรียบเทียบ(Whole class discussion and comparison)

4. ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (Summarization through connecting students' mathematical ideas emerged in the classroom)

3.4. ชิ้นงานของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เขียนแนวคิดของตนเอง และทีมการศึกษาชั้นเรียนใช้เป็นเครื่องมือในการสะท้อนผลปรับปรุงพัฒนาการจัดการเรียนการสอน

4.การเก็บรวบรวมข้อมูล

4.1 ดำเนินการร่วมกันสร้างแผนจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 ชั่วโมง เป็นแผนจัดการเรียนรู้ เรื่อง ทศนิยม ในภาคเรียนที่ 2 ของปีการศึกษา 2563

4.2 ดำเนินการตามขั้นตอนการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดในปีการศึกษา 2563 ภาคการศึกษาปลาย ระหว่างเดือนมกราคม-กุมภาพันธ์ 2564

4.3 ดำเนินการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ร่วมกันของทีมการศึกษาชั้นเรียน ในภาคเรียนที่ 2 ของปีการศึกษา 2563 เพื่อพัฒนาและปรับปรุงการสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด

5. การวิเคราะห์ข้อมูล ในบทความนี้ผู้วิจัยใช้กรอบแนวคิดในการวิเคราะห์ข้อมูล 2 กรอบแนวคิด ได้แก่

5.1 การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด 1) ประกอบด้วย 1) การวางแผนบทเรียนร่วมกัน (Plan) 2) การสังเกตการสอนร่วมกัน (Do) 3) การสะท้อนผลร่วมกัน (See) เป็นกระบวนการออกแบบสถานการณ์ปัญหา และปรับปรุงพัฒนาสถานการณ์ปัญหาและวิธีการแบบเปิด ประกอบด้วย 1. การนำเสนอปัญหาปลายเปิด 2. การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 3. การ

อภิปรายทั้งชั้นและการเปรียบเทียบ 4. ขั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนการบูรณาการการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดในประเทศไทย[16] ดังภาพที่ 1

5.2 แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้ 1) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการ 2) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบ 3) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกลุ่ม 4) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหน่วย 5) แนวคิดเกี่ยวกับอัลกอริทึม (Algorithm) 6) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหลักการพื้นฐานและแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความคงทนของรูปแบบ 7) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเป็นแสดงแทนต่างๆและการแปลง[17]

4. ผลการวิจัย/ประเด็นที่ค้นพบจากการวิจัย

ผลการวิจัยแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ในขั้นตอนที่ 1) การวางแผนบทเรียนร่วมกัน (Plan) ทีมการศึกษาชั้นเรียนออกแบบสถานกาณ์ปัญหาและการคาดการณ์แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังตัวอย่างข้อมูลการวิจัยในคาบที่ 1 โดยคำนึงถึง แนวคิดทางคณิตศาสตร์แบบหน่วยและแนวคิดทางคณิตศาสตร์การเปรียบเทียบ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องใช้เครื่องมือการวัดเพื่อเปรียบเทียบร่วมกันออกแบบเพื่อให้นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากสร้างเครื่องมือแสดงให้เห็นความชัดเจนในการแสดงด้วย “2 dl กับอีก ส่วนที่เกิน” และข้อมูลจากแผนการจัดการเรียนรู้มีการระบุการคาดการณ์แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบ และ แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับแบบกลุ่มหรือเซต นักเรียนเขียน 2 dl โดยการทำให้ 1 dl เป็น 10 ส่วน และ 0.6 dl หรือ 6 ช่องเล็ก

---

[16] ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, ***การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยเน้น กระบวนการทางคณิตศาสตร์,*** (ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์, 2546), หน้า 47.

[17] Mangao, D. D., Ahmad, N. J., Isoda, M, ***SEAMEO Basic Education Standards (SEA–BES): Common Core Regional Learning Standards (CCRLS) in Mathematics and Science***. SEAMEO RECSAM Penang, Malaysia, 2017), P 33.



ภาพที่ 2 แสดงขั้นตอนที่ 1) การวางแผนบทเรียนร่วมกัน (Plan)

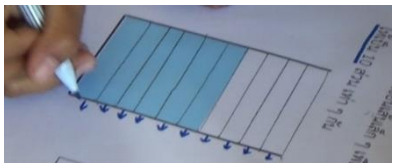
ตารางที่ 1 แสดงโพรโทคอลการออกแบบสถานกาณ์ปัญหาร่วมกัน

ผู้พูด	คำพูด/พฤติกรรม
ครูผู้สอน	จากหน้าหนังสือเรียนหน้า 29 ก็เลยจะให้นักเรียนเอาน้ำมาเทลง ให้เขาเห็นความไม่ชัดเจนของส่วนที่มันเกินมาก่อน ให้เขานำมาเปรียบเทียบกัน
ครูผู้สอน	โลกจริงของนักเรียนก็จะเป็นปริมาณน้ำที่เราไปเทในถ้วย dl ใน 3 ถ้วย โลกกึ่งนามธรรม ก็จะเป็นการเขียนหรือสร้าง สเกล ในการแบ่งสเกล โลกคณิตศาสตร์ เขียนปริมาณน้ำออกมาเป็นทศนิยม
ผู้ช่วยวิจัย1	กำหนดให้มีการเท ทั้ง 3 ภาชนะ เพื่อให้เห็นว่ามีส่วนที่เกิน แต่ยังไม่สามารถระบุได้
ครูผู้สอน	สื่อหลักจะเป็นรูปภาพใบกิจกรรมรูปปริมาณน้ำและน้ำนำไปตวงกันเพื่อให้ได้ 2.6 จริงๆ
ครูผู้สังเกต1	สำหรับลำดับการสอนที่ 2 ตำแหน่งที่ค่อยๆขยับจากแนวคิดของนักเรียนเป็น**แนวคิดทางคณิตศาสตร์คือ ตัวแรกที่เราออกแบบที่ยังไม่มีสเกล ของส่วนที่มันเกินมา พอสามารถทำสเกลได้ก็จะเข้าไกล้คณิตศาสตร์ไปเรื่อยๆ จนไปถึงตรง ทศนิยม ตรง 2.6 และความหมายของส่วนที่เกินมาว่า .6 มันอ่านว่าอย่างไรด้วย**

ในขั้นตอนที่ 2) การสังเกตการสอนร่วมกัน (Do) โดยการใช้วิธีการแบบเปิด ในขั้นนี้พบ 7 ประเภทของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) **แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการ** นักเรียนใช้แนวคิดการดำเนินการ การคูณ เพื่อแสดงแนวคิดของนักเรียนในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับ 2.4 เท่ากับ 24 กลุ่มของ 0.1 โดยแสดงแทน 10 ml = 1 dl และได้อภิปรายร่วมกับเพื่อนทั้งชั้นในการใช้หน่วย ml และ dl

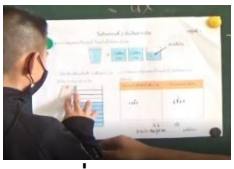
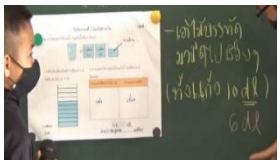
2) **แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบ** เรื่องใช้เครื่องมือการวัดเพื่อเปรียบเทียบของปริมาณของเหลวต่างๆ ด้วยถ้วยตวง 1 dl โดยใช้การวัด เพื่อแสดงให้เห็นความแตกต่างของปริมาณน้ำในแต่ละภาชนะได้อย่างชัดเจน

ภาพที่ 3 แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบ

3) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกลุ่มหรือเซต แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ความแม่นยำในการบอกกลุ่มย่อยของจำนวนทศนิยมทั้งที่ไม่เต็มหน่วยกับที่เกินหน่วย เช่น 0.3 คือ 3 กลุ่ม ของ 0.1 dl, 1.2 คือ 12 กลุ่มของ 0.1 dl เป็นต้น แนวคิดของนักเรียน “หนูเริ่มจาก 0 แล้วนับไปอีก 3 เป็น 0.3 ได้ 3 กลุ่ม และนับต่อไปเรื่อย ๆ ได้ 1.2 ได้ 12”

4) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหน่วย นักเรียนสามารถแสดงเป็นหน่วยที่แบ่ง 1 ออกเป็น 10 ส่วนเพื่อแสดงจากจำนวนที่น้อยกว่า 1 ได้ โดยการอ่านค่าของน้ำที่ถูกแบ่งออกเป็น 10 ส่วนเท่าๆ กันในหน่วย dl และนักเรียนแบ่งภาพถ้วยตวง 1dl เป็น 10 ส่วนเท่าๆ กัน โดยใช้เครื่องมือไม้บรรทัด หน่วยคือ 1 cm จนสามารถผลิตปริมาณใหม่ตามหน่วย

ภาพที่ 4 แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์แบบหน่วย

5) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับอัลกอริทึม (Algorithm) นักเรียนมองความเต็มหน่วยของหลักส่วนสิบ 10 อัน เท่ากับ 1 หน่วย ถ้าเต็ม 10 อันจะเป็นหลักถัดไป 1 อัน แบบลำดับมีลักษณะการทำงานจะเป็นไปตามขั้นตอน ก่อน–หลัง ต่อเนื่องกันไปเป็นลำดับ โดยการทำงานแต่ละขั้นตอนต้องทำให้เสร็จก่อน แล้วจึงไปทำขั้นตอนต่อไป

6) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหลักการพื้นฐาน และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ความคงทนของรูปแบบ การแนะนำทศนิยมอย่างง่ายถึงหลักสิบ โดยส่วนที่เหลือ เช่น การเทน้ำไดอะแกรมแนวคิดของนักเรียน และนักเรียนสามารถระบุปริมาณน้ำได้จากการระบายสี จนสามารถเห็นโครงสร้างของจำนวนทศนิยม

7) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเป็นแสดงแทนต่างๆ และการแปลง การแสดงแนวคิดของนักเรียนในการเขียนปริมาณของน้ำ และนำเสนอแนวคิดและฟังเพื่อกลุ่มอื่นในการนำเสนอ แสดงแทนส่วนที่เต็ม และส่วนที่เป็นทศนิยม 2 dl กับแสดงแทนส่วนที่เกิน 6 ขีดที่เป็นหน่วย dl คือเท่าไหร่

ในขั้นตอนที่ 3) การสะท้อนผลร่วมกัน (See) ทีมการศึกษาชั้นเรียนสะท้อนผลเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากพบว่าภาพประกอบในชิ้นงานของนักเรียนที่ร่วมกันออกแบบมีความไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนเกิดความสับสนในการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหน่วย ที่นักเรียนจะสามารถแสดงเป็นหน่วยที่แบ่ง 1 ออกเป็น 10 ส่วน เพื่อแสดงจำนวนที่น้อยกว่า 1 ได้ และส่วนนี้ทีมการศึกษาชั้นเรียนเล็งเห็นว่าเป็นส่วนที่ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และสามารถเป็นประเด็นสำคัญสำหรับการพัฒนาและการแก้ไขในการสอนในครั้งต่อไป ในการวางแผนร่วมกันในการออกแบบสถานการณ์ปัญหา ใบกิจกรรม ออกแบบลำดับการสอน การเขียนแนวคิดของตนเองลงบนใบกิจกรรมที่ทีมออกแบบ ออกแบบสื่อเสริมเพื่อสนับสนุนภาษาที่นักเรียนใช้ในการสื่อสารแนวคิดของตนเองเพื่อที่จะสื่อสารกับเพื่อนทั้งชั้นเรียน

ตารางที่ 2 แสดงโพรโทคอลการการสะท้อนผลร่วมกัน

ผู้พูด	คำพูด/พฤติกรรม
ครูผู้สอน	จุดที่จะพัฒนากิจกรรมทางคณิตศาสตร์ในคาบถัดไปคือ ตัว **ใบงานที่แสดงให้เห็น 2 dl และส่วนที่เกิน นักเรียนเกิดความสับสนว่ามันเป็นรูปเดียวกันไม พอเราออกแบบสื่อไม่ชัดเจน คำสั่งในข้อที่ 1 ก็ยังทำงานไม่เต็มที่**
ครูผู้สังเกตคนที่ 2	การแบ่งเป็น 10 ส่วนเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเป็นแนวคิดคณิตศาสตร์ได้
ครูผู้สังเกตคนที่ 1	การออกแบบกิจกรรม ใบกิจกรรมนี้มันมีน้ำเยอะกว่า ยังจะมีกลุ่มที่ใช้เครื่องมือการวัดยังไม่แม่น คือ การวัดจากตรงกลาง จุดเริ่มต้นและจุดที่จะวัด เพราะธรรมชาติของการดูน้ำปกติต้องดูจากข้างล่างขึ้นข้างบน ซึ่งเราก็คาดการแนวคิดว่ามันจะมี ซึ่งก็มีจริง

5. บทสรุป

จากการผลการวิจัย แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ทำให้เห็นภาพรวมของแนวคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาถูกพัฒนาเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลมาจากออกแบบสถานการณ์ปัญหาตามลำดับกิจกรรมการสอน โดยใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด[18] การวางแผนบทเรียนร่วมกัน (Plan)

[18] ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (ผู้แปลและเรียบเรียง). (2554). ***หนังสือเรียนคณิตศาสตร์สำหรับระดับชั้นประถมศึกษา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.*** ขอนแก่น: โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา.

2)การสังเกตการสอนร่วมกัน (Do) 3) การสะท้อนผลร่วมกัน (See) เพื่อที่จะให้ครูใช้เป็นข้อมูลในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนในลำดับต่อไป เป็นวงจรการการออกแบบและปรับปรุงโดยใช้สื่อประเภทต่างๆ เพื่อการแสดงแทนแนวคิดของนักเรียนในระดับต่างๆ (Multiple Representations) เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของแนวคิดของนักเรียน ที่เริ่มจากการเข้าร่วมโดยประสบการณ์จากโลกในชีวิตจริงของนักเรียนการเข้าร่วมสื่อกึ่งรูปธรรม การเข้าร่วมการแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์และพัฒนาเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแนวทางการพัฒนาในหลักสูตรฐานสมรรถนะ ที่เน้นทักษะการคิดขั้นสูง ที่มีจุดเริ่มต้นจากการคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองของนักเรียน

นอกจากนั้นจากการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ทำให้เห็นถึงเหตุผลที่รองรับการเกิดขึ้นของแนวคิดของนักเรียน ในการพัฒนาเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ 7 ประเภท ประกอบด้วย 1) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการ 2) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบ 3) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกลุ่ม 4) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหน่วย 5) แนวคิดเกี่ยวกับอัลกอริทึม (Algorithm) 6) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหลักการพื้นฐาน และแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความคงทนของรูปแบบ 7) แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเป็นแสดงแทนต่างๆและการแปลง

เอกสารอ้างอิง

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ. ***การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยเน้น กระบวนการทางคณิตศาสตร์.*** ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์. 2546.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. **กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน.** ขอนแก่น: เพ็ญปริ้นติ้ง จำกัด. 2557.

_____. ***เอกสารประกอบการบรรยาย*** *เรื่อง นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดเพื่อยกระดับคุณภาพชั้นเรียน และการทำ kyozaikenkyu ในการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด.* ในกิจกรรมอบรมเชิงปฏิบัติการของบุคลากรโรงเรียนในโครงการพัฒนาการคิดขั้นสูงของนักเรียนในเขตพื้นที่ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ปีงบประมาณ 2560, ระหว่างวันที่ 8–10 กรกฎาคม 2560 ณ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (ผู้แปลและเรียบเรียง). ***หนังสือเรียนคณิตศาสตร์สำหรับระดับชั้นประถมศึกษา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.*** ขอนแก่น: โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา. 2554.

ประเวศ วสี (2543). ***ปฏิรูปการเรียนรู้ผู้เรียนสำคัญที่สุด.*** กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. ***ผลการประเมิน PISA 2012คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไรได้บ้าง.***กรุงเทพฯ : อรุณการพิมพ์, 2557.

Bevan, D., & Capraro, M. M. (2021). **Posing creative problems: A study of elementary students' mathematics understanding.** *International Electronic Journal of Mathematics Education, 16* (3), em0654

Freudenthal, H. ***Revisiting Mathematics Education.*** China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.

_____. ***WEEDING AND SOWING Preface to a Science of Mathematical Education.*** Kluwer Academic Publishers. 1978.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P . ***Theories of mathematical learning and understanding.*** Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. 1992.

Inprasitha, M. **One Feature of Adaptive Lesson Study in Thailand: Designing a Learning Unit.** Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 9, 47– 66. 2011.

Kinard, J.T., & Kozulin, A. ***Rigorous mathematical thinking: Conceptual formation in the mathematics classroom.*** New York: Cambridge University Press.Leher, R. (2007). Development understanding of measurement. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standard for school mathematics* (pp.179–192). US: The National Council of Teachers of Mathematics. 2008.

Lundbäck, B., & Egerhag, H. **Lesson Study as a bridge between two learning contexts.** ***International Journal for Lesson & Learning Studies,*** *9*(3), 289–299. doi: 10.1108/IJLLS–02–2020–0006, 2020.

Mangao, D. D., Ahmad, N. J., Isoda, M. ***SEAMEO Basic Education Standards (SEA–BES): Common Core Regional Learning Standards (CCRLS) in Mathematics and Science.*** SEAMEO RECSAM Penang, Malaysia. 2017.

Nohda, N. Teaching by open–approach method in Japanese mathematics classroom. ***In Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME),*** Hiroshima, Japan, July 23–27, Volume 1, ERIC ED 466736, 2000.

Polya, G. ***How to solve it: A new aspect of mathematical method.*** Princeton University. 1945.

Reeves, S., Peller, J., Goldman, J., & Kitto, S. (2013). **Ethnography in qualitative educational research: AMEE guide no. 80.** *Medical Teacher, 35*(8), e1365–e1379. https://doi.org/10.3109/0142159X.2013.804977

Wood, T. An Emerging Practice of Teaching. In Paul Cobb, Heinrich Bauersfeld (editor). ***The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures.*** New York: Lawrence Erlbaum associates publishing. 1995.