

การพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E)
ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra

Enhancing Pre-Service Mathematics Teachers' Geometric Proof Abilities
at Nakhon Pathom Rajabhat University through Inquiry-Based Learning
(5E) with GeoGebra

แก้วตา เจื่อนาค^{1,*}, วิฑูรย์ พึ่งรัตน², วรินทร์ ศรีปัญญา³ และวันเพ็ญ จันทรังษี⁴

Kaewta Juanak^{1,*}, Withun Phuengrattana², Warin Sripanya³ and Wanpen Chantarangsi⁴

(Received: November 26, 2025; Revised: January 28, 2026; Accepted: January 28, 2026)

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้เป็นการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต หลังได้รับการจัดการเรียนรู้กับเกณฑ์ร้อยละ 60 2) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต 3) ศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ และ 4) ศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2/2567 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบชั้นภูมิ เครื่องมือการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ GeoGebra แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต แบบประเมินความสามารถในการใช้สื่อ แบบประเมินความพึงพอใจ และแบบสัมภาษณ์ สถิติที่ใช้ ได้แก่ ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าร้อยละ การทดสอบค่าที และการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน

ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการพิสูจน์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 2) ความสามารถในการใช้สื่อมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับความสามารถในการพิสูจน์ 3) ความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด 4) นักศึกษามีความคิดเห็นเชิงบวกต่อการจัดการเรียนรู้

คำสำคัญ: ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E)
สื่อการเรียนรู้ GeoGebra

^{1, 2, 3, 4} สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม, นครปฐม 73000

Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Nakhon Pathom Rajabhat University, Nakhon Pathom 73000, Thailand

*Corresponding author, e-mail: ams_2413@hotmail.com

ABSTRACT

This research aimed to enhance the geometric proof abilities through the inquiry-based learning (5E) model integrated with GeoGebra learning media. The participants consisted of 32 first-year pre-service mathematics teachers in the second semester of the academic year 2024, selected by stratified random sampling whose scores in geometric proof were below the proficiency criterion. The research objectives were 1) to compare the post-intervention geometric proof abilities against the 60 percent criterion; 2) to examine the relationship between GeoGebra proficiency and geometric proof abilities; 3) to investigate students' satisfaction with learning management; and 4) to explore opinions of the participants through the learning management. The research instruments included lesson plans, GeoGebra learning media, a geometric proof achievement test, a GeoGebra proficiency assessment scale, a satisfaction questionnaire, and an opinion-based interview. Data were analyzed using arithmetic mean, standard deviation, percentage, one-sample t-test, and Pearson correlation coefficient.

The results indicated that 1) the post-intervention geometric proof ability was significantly higher than 60 percent criterion; 2) GeoGebra proficiency was positively correlated with geometric proof abilities; 3) the students' satisfaction was at the highest level; and 4) the students had positive attitudes toward the learning management.

Keywords: Geometric proof abilities, Inquiry-based learning (5E), GeoGebra learning media

บทนำ

การพิสูจน์เป็นกระบวนการสำคัญยิ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากการใช้เหตุผลเชิงตรรกะเพื่อแสดงว่าข้อความทางคณิตศาสตร์เป็นจริง โดยอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทที่ได้รับการยอมรับ หากผู้เรียนขาดความรู้ความเข้าใจในการพิสูจน์ จะไม่สามารถเข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์และศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงได้ ดังนั้น การพิสูจน์ถือเป็นรากฐานของคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือสำคัญในการพัฒนาความคิดเชิงเหตุผลของผู้เรียน

ด้วยเหตุนี้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานจึงกำหนดให้ผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาได้เรียนรู้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ขณะเดียวกัน หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิตสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ได้กำหนดรายวิชาที่เน้นการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์หลายรายวิชา เช่น หลักการคณิตศาสตร์ เรขาคณิตเบื้องต้น ระบบจำนวน ทฤษฎีจำนวน ทฤษฎีเซต การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์

และพืชคณิตนามธรรม เพื่อเตรียมความพร้อมให้นักศึกษาคณิตศาสตร์สามารถจัดการเรียนการสอนที่เน้นการพิสูจน์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แต่จากการศึกษางานวิจัยของธนพรพร พุกกะวัน (2560) และสมพล พวงสั้น, ขวัญ เพียชัย, สุกัญญา หะยีสและ และเอนก จันทจรูญ (2567) พบว่าผู้เรียนประสบปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์หลายประการ เช่น ความเข้าใจโจทย์ที่ไม่ชัดเจนทำให้วิเคราะห์องค์ประกอบของการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง การเลือกและใช้บทนิยามหรือทฤษฎีบทไม่ถูกต้อง การเขียนลำดับขั้นตอนการพิสูจน์ไม่เป็นระบบ รวมถึงการใช้เหตุผลหรือกฎตรรกศาสตร์ผิดพลาด ซึ่งสอดคล้องกับสภาพปัญหาของนักศึกษาที่เรียนรายวิชาที่เน้นการพิสูจน์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม

จากปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาคณิตศาสตร์ เนื่องจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั่วโลกมีแนวโน้มลดลง โดยเฉพาะสาระเรขาคณิต (Dereje, Mulugeta & Mulugeta, 2023) อีกทั้งการพิสูจน์ในระดับมัธยมศึกษามุ่งเน้นเนื้อหาทางเรขาคณิตเป็นสำคัญ ส่งผลให้ผู้สอนจำเป็นต้องมีความรู้และความสามารถด้านการพิสูจน์ทางเรขาคณิตอย่างเพียงพอ จากการศึกษาวิจัยของสาวิตรี อุ๋นทองศิริ (2563) และเสฏฐวุฒิ เพ็งเจริญ, สุกัญญา หะยีสและ, พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล และเอนก จันทจรูญ (2561) พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) สามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังพบว่าการบูรณาการ GeoGebra ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบ 5E ช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์เชิงเรขาคณิตได้อย่างเป็นรูปธรรม ส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต และเจตคติต่อการเรียนที่ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของประวิณนุช วสุนันต์กุล และคณะ (2566), Putri, Astawa and Ardana (2021) และ Nguyen (2021) ดังนั้นผู้วิจัยมีความสนใจทำวิจัย เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra กับเกณฑ์ร้อยละ 60
2. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra

4. เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra

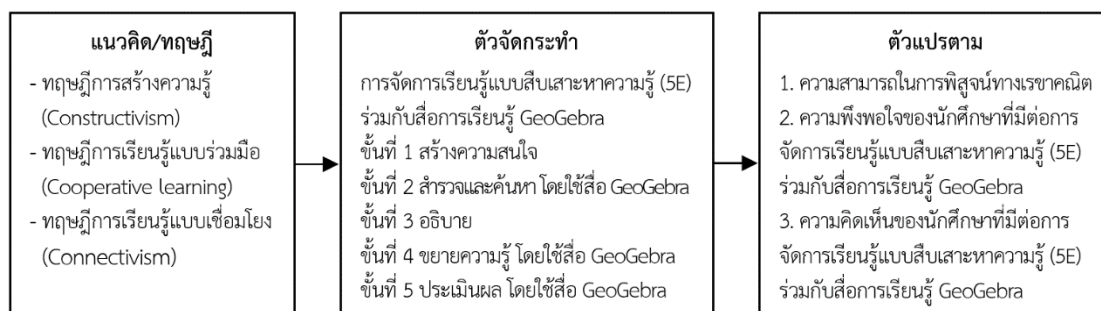
สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

2. ความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra มีความสัมพันธ์เชิงบวกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การจัดการเรียนรู้ในปัจจุบันมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีบทบาทในการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมและการเรียนรู้จากสภาพแวดล้อมที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริง เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เดิมกับความรู้ใหม่ จนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย แนวคิดดังกล่าวสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ของ Bybee et al. (2006) นอกจากนี้แนวคิดดังกล่าวยังสอดคล้องกับทฤษฎีการสร้างความรู้ (Constructivism) ของ Piaget (1970) และ Vygotsky (1978) ซึ่งเน้นการสร้างความรู้จากประสบการณ์และปฏิสัมพันธ์ทางสังคม รวมถึงทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning) ของ Johnson and Johnson (1974) ที่มุ่งเน้นการเรียนรู้ร่วมกันผ่านการทำงานเป็นกลุ่ม อีกทั้งยังสนับสนุนการนำเทคโนโลยีดิจิทัลมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่ออำนวยความสะดวกและส่งเสริมความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้แบบเชื่อมโยง (Connectivism) ของ Siemens (2005) ที่ให้ความสำคัญกับการใช้เทคโนโลยีและเครือข่ายในการสร้างและเชื่อมโยงความรู้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงนำแนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ดังกล่าวมาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้และกำหนดกรอบแนวคิดการวิจัย ซึ่งแสดงดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร คือ นักศึกษาครุคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาเรขาคณิตเบื้องต้น ภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ซึ่งมีคะแนนสอบปลายภาคในส่วนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตไม่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 64 คน จากนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชานี้ทั้งหมด 76 คน และทั้ง 64 คนนี้สมัครใจเข้าร่วมการวิจัย

1.2 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักศึกษาครุคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาเรขาคณิตเบื้องต้น ภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2567 และมีคะแนนสอบปลายภาคในส่วนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตไม่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 32 คน โดยคำนวณขนาดตัวอย่างด้วยโปรแกรม G*Power เลือก Test family เป็น t-test และเลือก Statistical test เป็น Means: Difference from constant (one sample case) ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย โดยกำหนด effect size = 0.6, $\alpha = 0.05$ และ $1 - \beta = 0.95$ ผู้วิจัยสุ่มตัวอย่างแบบชั้นภูมิ (Stratified random sampling) โดยนำคะแนนสอบปลายภาคส่วนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 64 คน มาเรียงคะแนนจากต่ำสุดไปสูงสุด แล้วใช้ระดับความสามารถของนักศึกษาเป็นเกณฑ์ในการแบ่งชั้นภูมิ โดยแบ่งออกเป็น 3 ชั้นภูมิ ได้แก่ ชั้นภูมิที่ 1 นักศึกษาที่มีความสามารถในระดับอ่อน ชั้นภูมิที่ 2 นักศึกษาที่มีความสามารถในระดับปานกลาง และชั้นภูมิที่ 3 นักศึกษาที่มีความสามารถในระดับเก่ง และกำหนดสัดส่วนของจำนวนนักศึกษาในแต่ละชั้นภูมิโดยใช้การจัดกลุ่มควอร์ไทล์ (Quartile grouping) คำนวณหาค่าควอร์ไทล์ที่ 1 (Q1) ควอร์ไทล์ที่ 2 (Q2) และควอร์ไทล์ที่ 3 (Q3) ซึ่งชั้นภูมิที่ 1 คือ กลุ่มของนักศึกษาที่มีคะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ Q1 มีจำนวน 16 คน (จำนวนนักศึกษาในกลุ่มนี้ คิดเป็นร้อยละ 25 ของขนาดประชากร) ชั้นภูมิที่ 2 คือ กลุ่มของนักศึกษาที่มีคะแนนอยู่มากกว่า Q1 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ Q3 มีจำนวน 32 คน (จำนวนนักศึกษาในกลุ่มนี้ คิดเป็นร้อยละ 50 ของขนาดประชากร) และชั้นภูมิที่ 3 คือ กลุ่มของนักศึกษาที่มีคะแนนมากกว่า Q3 มีจำนวน 16 คน (จำนวนนักศึกษาในกลุ่มนี้ คิดเป็นร้อยละ 25 ของขนาดประชากร) ต่อไปทำการสุ่มนักศึกษาแต่ละชั้นภูมิ โดยชั้นภูมิที่ 1 สัดส่วนร้อยละ 25 ของขนาดตัวอย่างได้จำนวน 8 คน ชั้นภูมิที่ 2 สัดส่วนร้อยละ 50 ของขนาดตัวอย่างได้จำนวน 16 คน และชั้นภูมิที่ 3 สัดส่วนร้อยละ 25 ของขนาดตัวอย่างได้จำนวน 8 คน

2. เครื่องมือและการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

2.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

2.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ 3 คน โดยประเมินความครบถ้วนและความเหมาะสมขององค์ประกอบต่าง ๆ จากนั้นปรับปรุงตามข้อเสนอแนะ

แล้วนำไปทดลองใช้กับนักศึกษากลุ่มนำร่อง จำนวน 16 คน เพื่อประเมินความเหมาะสมของเนื้อหา กิจกรรม และเวลา หลังจากปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ตามผลการทดลองใช้แล้ว จึงนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปใช้กับนักศึกษากลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน จำนวน 3 แผน ดังนี้

2.1.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับการสร้าง

2.1.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยม

2.1.1.3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับพื้นที่

2.1.2 สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ซึ่งสร้างขึ้นด้วยซอฟต์แวร์ GeoGebra Classic 6 (เวอร์ชัน 6.0.909) สำหรับใช้งานบนระบบปฏิบัติการ Microsoft Windows 11 ที่ผ่านตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ 3 คน โดยตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา รูปแบบการนำเสนอ และความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ จากนั้นปรับปรุงตามข้อเสนอแนะ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักศึกษา กลุ่มนำร่อง หลังจากปรับปรุงสื่อการเรียนรู้ตามผลการทดลองใช้แล้ว จึงนำสื่อการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปใช้กับนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง จำนวน 7 ชั้น ดังนี้

2.1.2.1 สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เรื่อง การสร้างสำหรับทฤษฎีบทที่ 1

2.1.2.2 สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เรื่อง การสร้างสำหรับทฤษฎีบทที่ 2

2.1.2.3 สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เรื่อง การสร้างสำหรับทฤษฎีบทที่ 9

2.1.2.4 สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสำหรับ

ทฤษฎีบทที่ 5

2.1.2.5 สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสำหรับ

ทฤษฎีบทที่ 16

2.1.2.6 สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เรื่อง พื้นที่สำหรับทฤษฎีบทที่ 35

2.1.2.7 สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เรื่อง พื้นที่สำหรับทฤษฎีบทที่ 36

2.2 เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล

2.2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตตามเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ 3 คน ผลการประเมิน พบว่า แบบทดสอบทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้อง หรือ ค่า IOC เท่ากับ 1.00 จากนั้นนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง เพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 0.47-0.73 ค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.55-0.69 และค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ที่คำนวณจากสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งพบว่าแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81

2.2.2 แบบประเมินความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ประกอบการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยวัดความสามารถของนักศึกษาทั้งหมด 2 ด้าน ได้แก่ ด้านทักษะการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra และด้านความเข้าใจ โดยทุกข้อคำถามผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ 3 คน และปรับปรุงตามข้อเสนอแนะ ผลการประเมินพบว่าทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1.00

2.2.3 แบบประเมินความพึงพอใจของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐมที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra จำนวน 1 ฉบับ โดยวัดระดับความพึงพอใจของนักศึกษา 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการจัดการเรียนรู้ ด้านสื่อการเรียนรู้ GeoGebra และด้านความเข้าใจ ซึ่งผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ 3 คน และปรับปรุงตามข้อเสนอแนะ ผลการประเมินพบว่าทุกข้อคำถามมีค่า IOC เท่ากับ 1.00 จากนั้นนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่องเพื่อปรับปรุงข้อคำถามให้มีความถูกต้องชัดเจน และคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค ซึ่งพบว่าแบบประเมินความพึงพอใจมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.82

2.2.4 แบบสัมภาษณ์ความคิดเห็นของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐมที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra จำนวน 1 ฉบับ ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญ 3 คน โดยตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา (Validity) จากการพิจารณาค่า IOC ระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ของแบบสัมภาษณ์ และปรับปรุงข้อคำถามตามข้อเสนอแนะ ผลการประเมินพบว่า ทุกข้อคำถามมีค่า IOC เท่ากับ 1.00

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผ่านการรับรองจากคณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม เลขที่ใบรับรอง 011/2568 เมื่อวันที่ 19 พฤษภาคม 2568 ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนภาคฤดูร้อน ปีการศึกษา 2567 เป็นเวลาทั้งสิ้น 4 วัน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.1 จัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เป็นเวลา 3 วัน วันละ 4 ชั่วโมง

3.2 ประเมินความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ระหว่างการจัดการเรียนรู้

3.3 เก็บรวบรวมข้อมูลหลังการจัดการเรียนรู้ เป็นเวลา 1 วัน โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.3.1 ทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังเรียน (Post-test) โดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที

3.3.2 นักศึกษากลุ่มตัวอย่างทำแบบประเมินความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra โดยใช้เวลา 30 นาที

3.3.3 สัมภาษณ์ความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra โดยใช้เวลาในการสัมภาษณ์คนละ 30 นาที

4. การวิเคราะห์ข้อมูล สถิติที่ใช้และการนำเสนอข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

4.1 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาคูคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra กับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) ค่าร้อยละ (Percentage) และการทดสอบค่าที (One sample t-test)

4.2 ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาคูคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม โดยใช้การวิเคราะห์สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน (Pearson correlation coefficient) และแปลผลค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตามเกณฑ์ของ Bartz (1999) ดังนี้

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r)	แปลผล
0.81-1.00	มีความสัมพันธ์เชิงบวกระดับสูงมาก
0.61-0.80	มีความสัมพันธ์เชิงบวกระดับสูง
0.41-0.60	มีความสัมพันธ์เชิงบวกระดับปานกลาง
0.21-0.40	มีความสัมพันธ์เชิงบวกระดับต่ำ
0.00-0.20	มีความสัมพันธ์เชิงบวกระดับต่ำมาก

4.3 ศึกษาความพึงพอใจของของนักศึกษาคูคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra โดยใช้การคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าร้อยละ และแปลความหมายเป็นรายข้อตามระดับความพึงพอใจเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด

4.4 ศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐมที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยการอ่านความคิดเห็นทั้งหมดอย่างละเอียดเพื่อทำความเข้าใจ พร้อมทั้งกำหนดประเด็นการวิเคราะห์ จัดหมวดหมู่ความคิดเห็นที่คล้ายกันจากนักศึกษาหลายคน สรุปผลการวิเคราะห์โดยอธิบายสิ่งที่ค้นพบโดยใช้ข้อความของนักศึกษามาประกอบการตีความ และเชื่อมโยงผลลัพธ์กับวัตถุประสงค์

ผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra กับเกณฑ์ร้อยละ 60 แสดงผลดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra กับเกณฑ์ร้อยละ 60

(n = 32)

การทดสอบ	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	t	Sig.
ความสามารถในการพิสูจน์ ทางเรขาคณิตหลังได้รับ การจัดการเรียนรู้	24.00	14.40	16.00	66.54	1.82	4.87*	.00

* มีนัยสำคัญที่ระดับ .05

จากตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่า นักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ เป็น 16.00 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 66.54 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.82 คะแนน กล่าวคือ ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการทดสอบสมมติฐานเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม

ตัวแปร	ความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra	ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต
ความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra	1	0.65*
Pearson correlation		
Sig. (2-tailed)		.00
ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	0.65	1
Pearson correlation		
Sig. (2-tailed)	.00	

* มีนัยสำคัญที่ระดับ .05

จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra มีความสัมพันธ์เชิงบวกในระดับสูง ($r = 0.65$) กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความพึงพอใจของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของความพึงพอใจของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	แปลความ
1. ด้านการจัดการเรียนรู้	4.61	0.52	มากที่สุด
2. ด้านสื่อการเรียนรู้ GeoGebra	4.66	0.55	มากที่สุด
3. ด้านความเข้าใจ	4.56	0.56	มากที่สุด
ภาพรวม	4.62	0.54	มากที่สุด

จากตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra อยู่ในระดับมากที่สุดทุกด้าน โดยด้านสื่อการเรียนรู้ GeoGebra มากที่สุด มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็น 4.66 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.55 คะแนน รองลงมา คือ ด้านการจัดการเรียนรู้ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 4.61 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.52 คะแนน และด้านความเข้าใจ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 4.56 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.56 คะแนน สำหรับภาพรวม ความพึงพอใจของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra อยู่ในระดับมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ย เลขคณิตเป็น 4.62 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 92.40 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.54 คะแนน

4. การวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra พบว่า การจัดการเรียนรู้ดังกล่าวเป็นประโยชน์ต่อนักศึกษาอย่างยิ่ง เพราะช่วยพัฒนาความสามารถ ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย น่าสนใจ ซึ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการ สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง นอกจากนี้การใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ช่วยให้ผู้เรียนเห็นภาพชัดเจน สามารถสร้างรูปเรขาคณิตประกอบการพิสูจน์ได้อย่างสะดวกและถูกต้อง ทำให้เข้าใจเนื้อหา ทางเรขาคณิตได้ง่ายขึ้น เพิ่มความสนุก ความน่าสนใจ และเสริมสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้อย่างยิ่งขึ้น ทั้งนี้ นักศึกษายังมีความเห็นสอดคล้องกันว่า ความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เป็นปัจจัยสำคัญที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตอย่างเด่นชัด ดังนั้นจึงควร ส่งเสริมการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ในการจัดการเรียนรู้ โดยกำหนดเวลาในการทำกิจกรรม ให้เพียงพอ อนุญาตให้นักศึกษาใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ในการทำแบบทดสอบ และบูรณาการ การใช้สื่ออย่างต่อเนื่อง เพื่อเสริมสร้างทักษะ ความชำนาญ ความมั่นใจ และความสามารถในการพิสูจน์ ทางเรขาคณิต

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย ราชภัฏนครปฐม หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 16.00 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 66.54 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.82 คะแนน และพบว่าความสามารถ ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

2. ความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra มีความสัมพันธ์เชิงบวกระดับสูง ($r = 0.65$) กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม

3. ความพึงพอใจของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 4.62 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 92.40 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 0.54 คะแนน ผลการประเมินสะท้อนว่านักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra อยู่ในระดับมากที่สุด

4. นักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม มีความคิดเห็นเชิงบวกต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra โดยเห็นว่าการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวเป็นประโยชน์ต่อนักศึกษาอย่างยิ่ง เพราะช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย น่าสนใจ ซึ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง นอกจากนี้การใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ช่วยให้ผู้เรียนเห็นภาพชัดเจน สามารถสร้างรูปเรขาคณิตประกอบการพิสูจน์ได้อย่างสะดวกและถูกต้อง ทำให้เข้าใจเนื้อหาทางเรขาคณิตได้ง่ายขึ้น เพิ่มความสนุก ความน่าสนใจ และเสริมสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้อย่างยิ่ง

อภิปรายผล

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra กับเกณฑ์ร้อยละ 60 พบว่า ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ผลลัพธ์ดังกล่าวอาจเกิดจากการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงผ่านการสำรวจ ค้นหา ข้อมูล และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหา การตัดสินใจเชิงวิจักษ์ญาณ และการทำงานร่วมกับผู้อื่นผ่านการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล อีกทั้งการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ยังช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาทางเรขาคณิตได้ง่ายขึ้น เพิ่มความสะดวกในการสร้างรูปเรขาคณิตเพื่อประกอบการพิสูจน์ โดยการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 สร้างความสนใจ ผู้สอนกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่เชื่อมโยงกับเนื้อหา พร้อมให้ผู้เรียนจำลองสถานการณ์ จากนั้นผู้สอนตั้งคำถาม และอภิปรายร่วมกัน เพื่อกระตุ้นความสนใจในการค้นหาคำตอบ ขั้นที่ 2 สำรวจและค้นหา โดยใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ผู้สอนแบ่งกลุ่มผู้เรียนแบบละความสามารถ แล้วให้ผู้เรียนทำกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra เป็นเครื่องมือในการสำรวจและค้นหาคำตอบด้วยตนเอง ผู้สอนทำหน้าที่สังเกต ให้คำแนะนำ และช่วยเหลือผู้เรียน

ที่มีปัญหา ชั้นที่ 3 อธิบาย ผู้เรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย สรุปผลการทำกิจกรรม และนำเสนอผลงานต่อชั้นเรียน ชั้นที่ 4 ขยายความรู้ โดยใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปองค์ความรู้ โดยใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra หลังจากนั้นให้ผู้เรียนทำใบงานเป็นรายบุคคล เพื่อเสริมความเข้าใจ และพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต และชั้นที่ 5 ประเมินผล โดยใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของใบงานโดยใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของประวิทย์ นุสอนันต์กุล และคณะ (2566) และงานวิจัยของภาวิชัย ปิตะสิงห์, ปวีณา ชันธิ์ศิลา และประภาพร หนองหารพิทักษ์ (2567) ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้นี้ช่วยพัฒนานวัตกรรมและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้สูงขึ้น

2. ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐมพบว่า ความสามารถในการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra มีความสัมพันธ์เชิงบวกระดับสูงกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ประกอบการพิสูจน์ทางเรขาคณิตช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพและวิเคราะห์องค์ประกอบต่างๆ ของทฤษฎีบทได้อย่างชัดเจน ส่งเสริมการเรียนรู้เชิงรุก ลดความผิดพลาดจากการวาดรูปเรขาคณิตด้วยมือเพิ่มประสิทธิภาพและความรวดเร็วในการทำงาน ตลอดจนพัฒนาทักษะดิจิทัลและสนับสนุนการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง ส่งผลให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการพิสูจน์มากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Nguyen (2021) และ Putri et al. (2021) ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อการเรียนรู้ GeoGebra มีความสัมพันธ์เชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์และความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

3. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐมที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการเรียนรู้ GeoGebra พบว่านักศึกษา มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้นี้อยู่ในระดับมากที่สุด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักศึกษา มีความคิดเห็นว่าการจัดการเรียนรู้นี้ช่วยให้การเรียนรู้มีความชัดเจน เข้าใจง่าย สะดวก รวดเร็ว แม่นยำ และส่งเสริมให้การพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ยากและซับซ้อน กลายเป็นกระบวนการที่เข้าถึงได้ง่ายและเป็นระบบมากขึ้น จึงทำให้ผู้เรียนเกิดความพึงพอใจและเจตคติที่ดีต่อการจัดการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวันชลมา ปานากาแซ็ง, อภิสิทธิ์ ภาคพงศ์พันธุ์ และรักพร ดอกจันทร์ (2562) และ Murni, Sariyasa and Ardana (2017) ที่พบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ที่มีการบูรณาการเทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอน ไม่ว่าจะเป็นการใช้ GeoGebra หรือ Geometer's Sketchpad (GSP) โดยมีระดับความพึงพอใจอยู่ในระดับมากถึงมากที่สุด

4. ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อการเรียนรู้ GeoGebra พบว่า นักศึกษามีความคิดเห็นเชิงบวกต่อการจัดการเรียนรู้ โดยเห็นว่าการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว เป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนอย่างยิ่ง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ช่วยพัฒนาความสามารถ ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต และมีรูปแบบกิจกรรมที่หลากหลาย น่าสนใจ กระตุ้นให้ผู้เรียนอยาก เรียนรู้มากขึ้น อีกทั้งยังเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองผ่านการลงมือปฏิบัติจริง นอกจากนี้ สื่อการเรียนรู้ GeoGebra ยังช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาทางเรขาคณิตได้ง่ายขึ้น เพิ่มความ สะดวกในการสร้างรูปเรขาคณิตเพื่อประกอบการพิสูจน์ และทำให้ผู้เรียนรู้สึกสนุกกับการเรียนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Bwalya (2019), Assadi and Cretu (2023) และ Romero-Albaladejo and García López (2023) ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวไม่เพียงส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของผู้เรียนเท่านั้น แต่ยังช่วยสะท้อนให้เห็นถึงเจตคติในทางบวกที่เพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน โดยเฉพาะด้าน ความมั่นใจและความเต็มใจในการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียนรู้ นอกจากนี้ ยังส่งเสริมทักษะ การทำงานร่วมกันของผู้เรียน และกระตุ้นให้เกิดพฤติกรรมการเรียนรู้รูปแบบใหม่ในชั้นเรียน กล่าวคือ ผู้เรียนแสดงความเพียรพยายามในการแก้ปัญหาอย่างยืดหยุ่นและต่อเนื่องมากขึ้น มีความถูกต้อง และความแม่นยำในการทำงาน รวมถึงมีการตรวจทานผลลัพธ์อย่างรอบคอบ อีกทั้งผู้เรียนยังพัฒนา ความเป็นอิสระในการเรียนรู้ ลดการพึ่งพาความช่วยเหลือจากผู้อื่น กล้าแลกเปลี่ยนความคิดเห็น กับเพื่อนร่วมชั้น และสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนได้ด้วยตนเอง

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะจากการวิจัยในครั้งนี้

1.1 การจัดการเรียนรู้ในรายวิชาที่มีความเป็นนามธรรมนั้น ผู้สอนควรใช้รูปแบบ การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active learning) ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติการ สำนวน การทดลอง และการค้นพบองค์ความรู้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ควรใช้สื่อการเรียนรู้ที่ช่วยให้ ผู้เรียนมองเห็นภาพเชิงรูปธรรมก่อน เพื่อเป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงสู่ความรู้ที่มีความเป็นนามธรรม มากขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาได้ง่ายขึ้น

1.2 จากผลการวิจัยสะท้อนให้เห็นว่า ควรนำเทคโนโลยีดิจิทัลมาประยุกต์ใช้ในการ จัดการเรียนรู้เพื่ออำนวยความสะดวกและส่งเสริมความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียน

1.3 ควรมีการเตรียมความพร้อมให้นักศึกษาพัฒนาทักษะและความสามารถในการใช้สื่อ การเรียนรู้ GeoGebra อย่างเพียงพอ รวมทั้งกำหนดเวลาในการทำกิจกรรมให้เหมาะสม เพื่อส่งเสริม ให้การพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

- 2.1 ควรทำวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมและช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของผู้เรียนได้
- 2.2 ควรทำวิจัยเพื่อพัฒนานวัตกรรมสื่อการเรียนรู้ที่หลากหลาย ทั้งในรูปแบบสื่อดิจิทัล อุปกรณ์จำลอง สื่อเชิงโต้ตอบ หรือระบบการเรียนรู้แบบออนไลน์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

เอกสารอ้างอิง

- ธนพรพร พุกกะวัน. (2560). การศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต. *วารสารวิจัย มสค.*, 13 (2), น. 167-183.
- ปภาวิชญ์ ปิตะสิงห์, ปวีณา ชันธิศิลา และประภาพร หนองหารพิทักษ์. (2567). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5Es) ร่วมกับ GeoGebra. *วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา*, 7(1), น. 177-188.
- ประวีณนุช วสุอนันต์กุล, ธเนศพล วสุอนันต์กุล, นพณัฐณ์ ผิวสวัสดิ์, ปาริชาติ ภูภักดี, เสาวภาคย์ วงษ์ไกร, สุวิชา อ๋มนาง และอมรรัตน์ สังข์สุวรรณ. (2566). แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ วัฏจักรการสืบเสาะความรู้ร่วมกับการประยุกต์ใช้เทคนิค STAD ผสมสื่อ GeoGebra ที่ส่งเสริมโน้ตส่นทางคณิตศาสตร์. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา*, 18(3), น. 33-42.
- วันชลมา ปานากาแข็ง, อภิสิทธิ์ ภคพงศ์พันธุ์ และรักพร ดอกจันทร์. (2562). กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 21(1), น. 208-219.
- สมพล พวงสั้น, ขวัญ เพี้ยชัย, สุกัญญา หะยีสและ และเอนก จันทจรูญ. (2567). การศึกษาปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์ ด้วยการประเมินตนเอง. *วารสารวิชาการครุศาสตร์สวนสุนันทา*, 8(1), น. 85-98.
- สาวิตศรี อุ่นทองศิริ. (2563). การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิตผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ).

- เสฏฐวุฒิ เฟื่องเจริญ, สุกัญญา หะยีสำและ, พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล และเอนก จันทจรุญ. (2561). การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม. *วารสารครุศาสตร์อุตสาหกรรม*, 17(1), น. 87-94.
- Assadi, N. & Cretu, C. (2023). The influence of integrating GeoGebra software into the educational setting on the affective, behavioral, and cognitive aspects of pre-service mathematics teachers. *Creative Education*, 14(12), pp. 2503-2519.
- Bartz, A. E. (1999). *Basics Statistical Concepts*. (4th ed.). New Jersey: Prentice Hall.
- Bwalya, D. (2019). Influence of GeoGebra on students' achievement in geometric transformations and attitude towards learning mathematics with technology. *Journal of Education and Practice*, 10(13), pp. 25-36.
- Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). *The BSCS 5E Instructional Model: Origins and Effectiveness*. Colorado Springs, CO: BSCS.
- Dereje, E. W., Mulugeta, A., & Mulugeta, W. (2023). Pre-service mathematics teachers' geometric reasoning skills with technology integrated guided inquiry approach. *Pedagogical Research*, 8(4), pp. 1-11. <https://doi.org/10.29333/pr/13332>
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1974). Instructional goal structure: Cooperative, competitive, or individualistic. *Review of Educational Research*, 44(2), pp. 213-240.
- Murni, V., Sariyasa, S., & Ardana, I. M. (2017). GeoGebra assist discovery learning model for problem solving ability and attitude toward mathematics. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1), p. 012049. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012049>
- Nguyen, N. G. (2021). Applying 5E teaching model in recognizing regular polygons and rotations with the help of GeoGebra software. *Advances in Social Sciences Research Journal*, 8(8), pp. 380-399.
- Piaget, J. (1970). *Genetic Epistemology*. New York: Columbia University Press.
- Putri, N. N. W. D., Astawa, I. W. P., & Ardana, I. M. (2021). Improving students' conceptual understanding through Geogebra-assisted "5E" learning cycle: Is it effective? *Jurnal Pendidikan dan Pengajaran*, 54(1), pp. 170-180.

- Romero-Albaladejo, I. M., & García López, M. del M. (2023). Mathematical attitudes transformation when introducing GeoGebra in the secondary classroom. *Education and Information Technologies*, 29(8), pp. 10277-10302.
- Siemens, G. (2005). Connectivism: A learning theory for the digital age. *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning*, 2(1), pp. 3-10.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.