

การศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
A STUDY OF MATHEMATICAL COMPETENCIES OF RAJABHAT MAHASARAKHAM  
UNIVERSITY STUDENTS

นวพล นนทภา \*

Nawapon Nonthapa

(Received : November 14, 2018, Revised : May 19, 2019, Accepted : May 26, 2019)

**บทคัดย่อ**

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ชั้นปีที่ 3 จำนวน 25 คน ชั้นปีที่ 4 จำนวน 25 คน รวมนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 50 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์จำนวน 8 ด้าน โดยมีลักษณะเป็นแบบอัตนัยและแบบสัมภาษณ์ทั้งโครงสร้าง วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocal Analysis) การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) จากแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัย พบว่า การศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษา จำแนกตามสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เด่นของนักศึกษา เรียงตามลำดับความสามารถในการใช้สมรรถนะทางคณิตศาสตร์จากสูงสุดไปต่ำสุด คือ สมรรถนะที่ 7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation) สมรรถนะที่ 5 การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem Posing and Solving) สมรรถนะที่ 1 การคิดและการให้เหตุผล (Thinking and Reasoning) สมรรถนะที่ 6 การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) สมรรถนะที่ 3 การสื่อสาร (Communication) สมรรถนะที่ 8 การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools) และสมรรถนะที่ 4 การสร้างตัวแบบ (Modeling)

**คำสำคัญ :** การศึกษาสมรรถนะ สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ การศึกษาคณิตศาสตร์

---

\*

อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, e-mail : nawapoon@hotmail.com

## Abstract

This research aimed to study mathematical competencies of Rajabhat Mahasarakham University students. In this research, the sample groups were students in mathematics program, Faculty of Education, Rajabhat Mahasarakham University, consisting of twenty-five-third year and twenty-five-fourth- students studying in the second semester of the academic year 2017. There were 50 students in totally. The research instruments for data collection in this study were mathematical competency test which consisted of 7 subjective test items that characterized 7 mathematical competencies, and a semi – structured interview. Data were analyzed by using protocol analysis, task analysis, and analytical description of mathematical competency forms.

The results revealed that the students categorized by the most distinguished mathematical competencies of students, and in order of the ability to use mathematical competencies from the highest to the lowest, the highest mathematical competency used was the seventh competency of using symbolic and language and operation, followed by the 5th competency of problem posing and solving, the 1st competency of thinking and reasoning, the 6th competency of representation, the 3rd competency of communication, the 8th competency of using aids and tools, and the 4th competency of modeling, respectively.

**Keywords :** Competencies, Mathematical competencies, Mathematical education

## บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์เป็นอย่างยิ่ง ทั้งยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ เมื่อประมาณ 200 ปีที่แล้วนั้น มนุษย์อาจจะสามารถมีชีวิตอยู่บนโลกได้โดยไม่ต้องมีความรู้คณิตศาสตร์ เพราะชีวิตประจำวันยังไม่ต้องพึ่งพาเทคโนโลยีมากนัก แต่เทคโนโลยีที่เกิดขึ้นและงานที่มีความซับซ้อนมากขึ้นในปัจจุบัน ทำให้มนุษย์จำเป็นต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็นเช่นเดียวกับการอ่านและการเขียนที่มีความจำเป็นสำหรับการทำงานในอนาคต ซึ่งสอดคล้องกับ Stein (2001) ได้กล่าวว่า การใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร ถือเป็นหนึ่งใน 16 ความพร้อมของทุกประเทศที่จำเป็นสำหรับอนาคต เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศในหลาย ๆ ด้านเนื่องจากความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตและการพัฒนา

เทคโนโลยีให้ทันสมัยและตอบสนองต่อความต้องการในสังคมโลก โดยผู้นำประเทศต้องมีส่วนร่วมในการดำเนินการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ

โครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิกองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาเศรษฐกิจ ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ นำไปสู่การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินผลรวมของการศึกษาภาคบังคับที่รัฐจัดให้แก่ประชาชน เป็นโครงการประเมินผลการศึกษา ของ ประเทศสมาชิกองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาเศรษฐกิจ (Organization for Economic Co-operation and Development ; OECD) เรียกว่า โครงการ PISA (Programme for International Student Assessment ; PISA) มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลรวมของการศึกษาภาคบังคับที่รัฐจัดให้แก่ประชาชน คือ ดูว่าระบบได้ให้การศึกษาเพื่อเตรียมตัวประชาชนให้มีความรู้และทักษะที่จำเป็นสำหรับการเป็นผู้ใหญ่และอยู่ในสังคมในอนาคตได้ดีเพียงใด เนื่องจากถือว่าการศึกษาทางการศึกษา เป็นปัจจัยหลักของการพัฒนาและแข่งขันทางเศรษฐกิจ การประเมินโครงการของ PISA เป็นการหาตัวชี้วัดและป้อนข้อมูลคุณภาพการศึกษาให้กับประเทศสมาชิก OECD จึงเน้นการประเมินความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับชีวิต โครงการ PISA เลือกประเมินนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี ที่ผ่านมาในทางปฏิบัติได้ใช้นักเรียนช่วงที่มีอายุ 15 ปี 2 เดือน จนถึง 16 ปี 3 เดือน ณ วันที่เก็บข้อมูล สำหรับ PISA ประเทศไทย ได้กำหนดกรอบการสุ่มตัวอย่าง (Sampling Frame) เป็นนักเรียนอายุ 15 ปี ที่กำลังศึกษาอยู่ในช่วงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ขึ้นไป จากทุกโรงเรียนทุกสังกัด โดยประเมินการรู้เรื่อง (Literacy) ซึ่ง PISA ถือว่าวิชาที่เป็นตัวแทนของการวางรากฐานของการดำเนินชีวิต ได้แก่ การรู้เรื่องด้านการอ่าน ด้านคณิตศาสตร์ และด้านวิทยาศาสตร์ ประเทศไทยเป็นประเทศหนึ่งที่เข้าร่วมโครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิก OECD (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โครงการ PISA ประเทศไทย, 2557)

รายงานการประเมินโครงการ PISA ปี 2009 ได้ประเมินผลนักเรียนนานาชาติของประเทศสมาชิก OECD และประเทศนอกกลุ่มสมาชิก ซึ่งเรียกว่าประเทศร่วมโครงการ (Partner Countries) จำนวน 65 ประเทศ เพื่อสำรวจว่านักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับหรือนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี มีศักยภาพที่จะใช้ความรู้และทักษะที่ได้เรียนมาไปใช้ในชีวิตจริงได้ดีเพียงใดในอนาคต ในการประเมินการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนการประเมิน 419 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD นักเรียนไทยร้อยละ 52.5 รู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน นักเรียนที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ระดับพื้นฐานมีเพียงเล็กน้อยร้อยละ 27.3 และอีกร้อยละ 20.2 ที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์สูงกว่าระดับพื้นฐาน และนักเรียนที่รู้คณิตศาสตร์ระดับสูง (ระดับ 5 และระดับ 6) มีเพียงร้อยละ 1.3 และอยู่ในอันดับที่ 50 จากทั้งหมด 65 ประเทศ เมื่อเรียงตามสัดส่วนนักเรียนที่รู้คณิตศาสตร์ที่ระดับ 5 และระดับ 6 ผลการประเมินใน PISA 2009 พบว่า ไม่เปลี่ยนแปลงมากนักจาก PISA 2006 แต่ถ้าดูแนวโน้มตั้งแต่ PISA 2003 เป็นต้นมาพบว่าแนวโน้มต่ำลง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553) และจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-Net) ทดสอบ

ในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2555 พบว่า มีผลคะแนนเฉลี่ยตามลำดับดังนี้ 35.77, 26.95 และ 22.73 ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 และเป็นผลคะแนนที่ต่ำต่อเนื่องกันมาหลายปีแล้ว (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2556) จากรายงานการประเมินดังกล่าวจึงเป็นสิ่งที่สะท้อนสภาพปัญหาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในประเทศไทยได้ในระดับที่ผู้ที่เกี่ยวข้องต้องตระหนัก และการที่เราต้องเข้าสู่ระบบสากลเพื่อการแข่งขันกับนานาชาติ อารยประเทศ เราจึงต้องปฏิรูปการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเร่งด่วนและจริงจัง เนื่องจากผลการประเมินในระดับนานาชาติ ประเทศไทยอยู่ในอันดับค่อนข้างต่ำเมื่อเทียบกับหลาย ๆ ประเทศ โดยเฉพาะประเทศในแถบเอเชียด้วยกันจึงควรมีการศึกษาแนวทางเพื่อจะพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนก็คือครู (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554) ทั้งนี้เพราะครูถือเป็นหัวใจสำคัญของการปฏิรูปการเรียนรู้ ครูจึงเป็นองค์ประกอบที่ขาดไม่ได้ในกระบวนการเรียนการสอน เพราะครูจะต้องมีความเข้าใจในทัศนคติทางคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถนำความรู้ความเข้าใจไปสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ที่ทำให้เนื้อหาวิชามีความหมายกับผู้เรียน ความรู้ของครูมีผลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนและมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน เราไม่สามารถที่จะสอนอะไรได้เลยถ้ายังไม่มีความรู้ และจะต้องรู้ว่านักเรียนเรียนรู้ได้อย่างไร (Sallis & Jones, 2002) ผู้ที่จะประกอบวิชาชีพครูจะต้องเป็นผู้มีความรู้อย่างมากและกว้างขวาง สามารถถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ความรู้ของครูมีบทบาทสำคัญในการตัดสินใจในการจัดการเรียนการสอน และความรู้ของครูส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน Fennema and Franke (1992) กล่าวว่า ครูเป็นบุคคลสำคัญและทัศนคติทางคณิตศาสตร์ของครูมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน มีนักวิชาการหลายท่านได้ทำการวิจัยเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ของครูด้านทัศนคติทางคณิตศาสตร์ และด้านการจัดการเรียนรู้เป็นสาเหตุโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จากรายงานการประเมินชี้ให้เห็นว่านักเรียนในประเทศไทยยังไม่มีศักยภาพการแข่งขันทางเศรษฐกิจในอนาคต ประเทศไทยควรที่จะพัฒนาการจัดการศึกษาอย่างเร่งด่วน ทั้งด้านนักเรียน ครู ทรัพยากรการเรียน และการจัดการในระบบโรงเรียน ซึ่งต้องคำนึงถึงความเสมอภาคทางการศึกษา โรงเรียนที่มีขนาดต่างกัน อยู่ในบริบทต่างกัน ควรได้รับการพัฒนาอย่างเท่าเทียมกัน ดังนั้นผู้มีส่วนเกี่ยวข้องทางการศึกษาต้องร่วมมือกันหาวิธีการในการแก้ไขปัญหา ปัญหาวิกฤตการณ์คุณภาพการศึกษาดังกล่าว จึงนำมาสู่การปฏิรูปการศึกษา ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในปัจจุบันที่เน้นการพัฒนาผู้เรียนให้เต็มตามศักยภาพบนพื้นฐานความแตกต่างระหว่างบุคคล (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553) การจัดการเรียนการสอนมุ่งให้ผู้เรียนมีสมรรถนะสำคัญ คือ ความสามารถในการ

การสื่อสาร ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ คิดอย่างมี  
วิจารณ์ญาณ และการคิดเป็นระบบ มีความสามารถในการแก้ปัญหา มีทักษะชีวิต และสามารถในการ  
ใช้เทคโนโลยีในการดำเนินชีวิตอย่างเหมาะสม แม้ว่าในทางปฏิบัติและแนวนโยบายการจัดการศึกษา  
จะเห็นว่าหน่วยงานที่เกี่ยวข้องทางการศึกษาทุกแห่งมีความเคลื่อนไหวเพื่อพัฒนาผู้เรียนอย่างเต็ม  
กำลังความสามารถและมีทิศทางเดียวกัน แต่การพัฒนานั้นไม่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างตรงจุด และที่  
สำคัญอีกประการหนึ่งคือการจัดการศึกษายังคงมุ่งเน้นที่จะยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในทุกวิชา  
รวมถึงวิชาคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า การพัฒนาครูผู้สอนให้มีศักยภาพทางวิชาการจัดโครงการส่งเสริม  
การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ  
เรียนวิชาคณิตศาสตร์ การเข้าร่วมโครงการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาของสมาคมนานาชาติเพื่อ  
ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (International Association for the Evaluation of Educational  
Achievement ; IEA) การวิจัยและประเมินผลร่วมกับโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์  
และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนไทยเทียบกับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science  
Study ; TIMSS) ซึ่งทั้งที่จริงแล้วควรพัฒนาให้นักเรียนมีการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ที่ครอบคลุมผลสัมฤทธิ์ทางการ  
เรียนและเน้นการนำความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง (สถาบันส่งเสริมการ  
สอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554) การที่จะพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น จึงควร  
อย่างยิ่งที่ต้องศึกษาในรายละเอียดว่ามีสาเหตุใด ปัจจัยใด ที่ส่งผลต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน ไม่  
ว่าจะเป็นปัจจัยด้านนักเรียน ครูผู้สอน โรงเรียน ข้อมูลที่ได้จะเป็นแนวนโยบายในการพัฒนา ส่งเสริมปัจจัย  
เหล่านี้ ร่วมกับการพัฒนาการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่มีคุณภาพและประสิทธิภาพ

ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา นักเรียนส่วนใหญ่จะมีความรู้ความเข้าใจใน  
เนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการคิดแก้ปัญหา  
การแสดงหรือการอ้างเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง  
ระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ ความคิดสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ  
ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้วิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ (สถาบัน  
ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550) และนักเรียนยังมีปัญหาเกี่ยวกับการแก้ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนจะทำแบบฝึกหัดที่มีลักษณะเหมือนตัวอย่างได้ แต่จะแก้ปัญหาที่โจทย์  
พลิกแพลงจากตัวอย่างไม่ได้ ทำให้นักเรียนเกิดทัศนคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนเกิดความ  
ท้อแท้และเบื่อหน่าย ไม่อยากเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้น หน้าที่ที่สำคัญของครูผู้สอน คือ ครูผู้สอน  
ควรหาวิธีการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างมีความหมาย อย่างมีความสุข และพัฒนา  
ความสามารถของตนเองอย่างเต็มศักยภาพที่มีอยู่ (ทิศนา ขัมมณี, 2547) ฉะนั้นในการจัดการเรียนรู้  
วิชาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจะเป็นผู้มีความสำคัญและมีบทบาทในการถ่ายทอดความรู้มากที่สุด การ  
จัดการเรียนรู้นั้นจะประสบผลสำเร็จมากน้อยเพียงใด ย่อมขึ้นอยู่กับความสามารถของครูผู้สอนที่จะ  
เลือกใช้วิธีการจัดการเรียนรู้และเทคนิคการเรียนรู้ที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดการชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างเท่าเทียมกัน ในการจัดกระบวนการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความสนใจเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้นครูผู้สอนจึงจำเป็นต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสม โดยคำนึงถึงพื้นฐานความรู้ความสามารถของแต่ละคน ตลอดจนรู้จักบริหารจัดการกับตนเอง เพื่อให้มีความพร้อมในการเป็นครูผู้สอนที่ดีทั้งทางด้านร่างกายและจิตใจ (จิตรรา ทองเกิด, 2542)

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำวิจัยเรื่อง การศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โดยศึกษาจากนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ชั้นปีที่ 3 และชั้นปีที่ 4 ที่จะเตรียมตัวออกฝึกประสบการณ์การสอนและออกไปฝึกประสบการณ์การสอน ในปีการศึกษา 2560 ว่าผู้เรียนมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์อย่างไรเพื่อส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในกลุ่มนี้ก่อนที่จะออกไปฝึกประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนต่อไป

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

### วิธีการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

#### กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ชั้นปีที่ 3 จำนวน 25 คน ชั้นปีที่ 4 จำนวน 25 คน รวมนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 50 คน

#### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ โดยมีลักษณะเป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ ผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน ผ่านการทดสอบหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ตามสูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ส (ไพศาล วรคำ, 2554) ผลการวิเคราะห์พบว่าแบบวัดมีค่าความยาก ตั้งแต่ 0.540 – 0.77 และมีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.39 – 1.00 ซึ่งเป็นแบบวัดที่อยู่ในเกณฑ์ใช้ได้ และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค (ไพศาล วรคำ, 2554) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.925 ถือว่าเป็นแบบวัดที่ใช้ได้

2. แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน กำหนดประเด็นหลักและประเด็นย่อยของการสัมภาษณ์ พร้อมทั้งกำหนดกรอบของคำถามในแต่ละ

ประเด็น สำหรับการสัมภาษณ์นักศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมายเน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก (In – depth Interview) เพื่อจะได้ทราบถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา

#### **การเก็บรวบรวมข้อมูล**

1. ให้นักศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมายทำแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
2. ทำการสัมภาษณ์นักศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย โดยใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง การสัมภาษณ์จะใช้เวลาทั้งหมดประมาณ 2-3 ชั่วโมงต่อนักศึกษาหนึ่งคน ในขณะที่สัมภาษณ์จะมีการบันทึกเสียง บันทึกวิดีโอ
3. เมื่อผู้วิจัยสัมภาษณ์นักศึกษาเสร็จสิ้น ผู้วิจัยจะดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยการจัดกลุ่มผลการสัมภาษณ์ของนักศึกษาออกเป็น 8 สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ และการเก็บรวบรวมข้อมูล จะทำการบันทึกคำพูดและพฤติกรรมที่แสดงออกถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา เนื่องจาก การสัมภาษณ์เป็นการสัมภาษณ์เชิงลึก ผู้วิจัยจะถามสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ในเชิงลึกและพิจารณา งานเขียนของนักศึกษาร่วมด้วย ถ้างานเขียนของนักศึกษากำหนดต้องมีการสัมภาษณ์เชิงลึกเพื่อให้ทราบ ถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษานั้นๆ

#### **การวิเคราะห์ข้อมูล**

การวิเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา คือ

1. การวิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ผู้วิจัยจะทำการวิเคราะห์ โปรโตคอล (Protocal Analysis) คือ ผู้วิจัยจะสังเกตคำสำคัญที่กลุ่มเป้าหมายพูด และจะวิเคราะห์ว่า กลุ่มคำพูดใด พฤติกรรมใดที่แสดงลักษณะสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
2. การวิเคราะห์แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ซึ่งถ้านักศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย ไม่สามารถแสดงออกถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้วิจัยจะวิเคราะห์ว่าเพราะเหตุใด นักศึกษาถึง ล้มเหลวในการอธิบายสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

นักศึกษา 1 คน สามารถมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เด่น มากกว่า 1 สมรรถนะ ทำให้ผล รวมของความถี่ อาจจะมากกว่าจำนวนกลุ่มเป้าหมาย 50 คน

#### **ผลการวิจัย**

ผลการศึกษารับบทความต้องการการส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับ ปริญญาตรี ดังตารางที่ 1



**ตารางที่ 1** แสดงการศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
จำแนกตามสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เด่นของนักศึกษา

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เด่นของนักศึกษา	ลำดับที่	ความถี่ (f)	ร้อยละ
สมรรถนะที่ 1 การคิดและการให้เหตุผล (Thinking and Reasoning)	3	24	15.29
สมรรถนะที่ 2 การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation)	5	11	7.01
สมรรถนะที่ 3 การสื่อสาร (Communication)	6	10	6.37
สมรรถนะที่ 4 การสร้างตัวแบบ (Modeling)	8	8	5.10
สมรรถนะที่ 5 การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem Posing and Solving)	2	38	24.20
สมรรถนะที่ 6 การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation)	4	15	9.55
สมรรถนะที่ 7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation)	1	42	26.75
สมรรถนะที่ 8 ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools)	7	9	5.73
รวม		157	100.00

จากตารางที่ 1 พบว่า สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เด่นของนักศึกษา เรียงตามความสามารถในการใช้สมรรถนะทางคณิตศาสตร์สูงไปต่ำ คือ สมรรถนะสูงที่สุดคือ สมรรถนะที่ 7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ คิดเป็นร้อยละ 26.75 สมรรถนะที่ 5 การตั้งและการแก้ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 24.20 สมรรถนะที่ 1 การคิดและการให้เหตุผล คิดเป็นร้อยละ 15.29 สมรรถนะที่ 6 การแสดงเครื่องหมายแทน ร้อยละ 9.55 สมรรถนะที่ 2 การสร้างข้อโต้แย้ง คิดเป็นร้อยละ 7.01 สมรรถนะที่ 3 การสื่อสาร คิดเป็นร้อยละ 6.37 สมรรถนะที่ 8 ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ คิดเป็นร้อยละ 5.73 และต่ำสุดคือ สมรรถนะที่ 4 การสร้างตัวแบบ คิดเป็นร้อยละ 5.10

### การอภิปรายผลและสรุป

จากผลการวิจัยพบว่า การศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำแนกตามสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เด่นของนักศึกษา เรียงตามลำดับความสามารถในการใช้สมรรถนะทางคณิตศาสตร์สูงไปต่ำ คือ สมรรถนะที่ 7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ สมรรถนะที่ 5 การตั้งและการแก้ปัญหา สมรรถนะที่ 1 การคิดและการให้เหตุผล สมรรถนะที่ 6 การ



แสดงเครื่องหมายแทน สมรรถนะที่ 2 การสร้างข้อโต้แย้ง สมรรถนะที่ 3 การสื่อสาร สมรรถนะที่ 8 ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ และสมรรถนะที่ 4 การสร้างตัวแบบ อภิปรายผลดังนี้

สมรรถนะที่ 7 การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ เป็นสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้เรียนใช้อยู่เสมอ ผู้เรียนใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ ในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องมีการ ตีความสัญลักษณ์ ต้องมีการแปลความจากภาษาธรรมดาไปเป็นสัญลักษณ์และภาษาคณิตศาสตร์ รวมทั้งความสามารถในการดำเนินการใช้ตัวแปร แก้มสมการ และการคำนวณ ดังนั้นเมื่อลำดับ ความสามารถในการใช้สมรรถนะด้านนี้สูง ทำให้ผู้เรียนมีความต้องการส่งเสริมสมรรถนะที่ 7 น้อยที่สุด แต่มีนักศึกษาบางส่วนขาดความเข้าใจในการนำสัญลักษณ์มาใช้ หรือนักศึกษามีมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนว่าสัญลักษณ์ที่ใกล้เคียงกันจะใช้แทนกันได้ ซึ่งเมื่อนักศึกษาใช้สัญลักษณ์ดังกล่าวแล้วจะ ทำให้การพิสูจน์ผิดและไม่สมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Capraro and Joffrion (2006) ที่พบว่า นักเรียนตีความสัญลักษณ์ผิด มีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร มีปัญหาในการนำเสนอ สัญลักษณ์แทนสถานการณ์ ไม่เข้าใจสัญกรณ์ทางพีชคณิต หรือสัญลักษณ์ที่นำไปสู่ความคลาดเคลื่อน ในเรื่องภาวะเท่ากัน (Equality) การใช้วงเล็บ และนักเรียนเขียนนิพจน์ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น นักเรียนเขียน  $4 - n$  แทน  $n - 4$

สมรรถนะที่ 5 การตั้งและการแก้ปัญหา เป็นสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีความสามารถ ในการตั้งคำถาม การสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ การนิยามปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ การ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การประยุกต์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คำถามเปิดและคำถามปิด และการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ โดยวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งผู้เรียนมีความสามารถในการสมรรถนะนี้ได้ ดี แต่การตั้งคำถาม การสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการตั้งปัญหาเป็นคำถามเปิดผู้เรียนมี ความสามารถอยู่ในระดับปานกลาง เนื่องจากในบริบทชั้นเรียนส่วนใหญ่ ครูส่วนใหญ่ไม่ได้ส่งเสริมการ ตั้งคำถาม การสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการตั้งปัญหาเป็นคำถามเปิด สอดคล้องกับการศึกษา ของ Linchevski and Herscovics (1996) ได้ศึกษาการข้ามช่องว่างขององค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างเลขคณิตและพีชคณิต การดำเนินงานในบริบทของสมการ พบว่า นักเรียนประสบปัญหาใน การแก้ปัญหาเรื่องสมการ มีปัญหาในการทำความเข้าใจแนวคิดของสมการที่สมมูลกัน (Equivalent Equations) และการอินเวอร์ส ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ทำให้ผู้เรียนมีความความ ต้องการส่งเสริมสมรรถนะที่ 5 เป็นอันดับ 7

สมรรถนะที่ 1 การคิดและการให้เหตุผล เป็นสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนใช้ในการ ตั้งคำถาม บอกนิยาม ทฤษฎี สมมติฐานของตัวอย่างได้ ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูได้ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะ อยู่เสมอ แต่ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการตั้งคำถามพบว่าผู้เรียนมีความสามารถทั้ง 2 ด้าน อยู่ในระดับปานกลาง อาจเนื่องมาจากครูไม่ได้ฝึกทักษะการตั้งคำถามและการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมากนัก ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Healy and Hoyles (1999) ได้ศึกษา การมองเห็นและการให้เหตุผลเชิงสัญลักษณ์ในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีปัญหาในการอธิบาย

การให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูปของสัญลักษณ์ ทำให้ผู้เรียนมีความความต้องการส่งเสริมสมรรถนะที่ 1 เป็นอันดับ 6

สมรรถนะที่ 6 การแสดงเครื่องหมายแทน เป็นสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนใช้ในการแปลความ การตีความ และการบอกความแตกต่างของเครื่องหมายของคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ ผู้เรียนมีความสามารถอยู่ในระดับดี แต่ผู้เรียนมีความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนแบบต่าง ๆ การเลือกและการเปลี่ยนระหว่างรูปแบบของการแสดงเครื่องหมายที่สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์ยังไม่ครอบคลุมทั้งหมด เนื่องจากบริบทในชั้นเรียนไม่ได้ส่งเสริมการแสดงเครื่องหมายที่สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Cai and Lester (2005) กล่าวว่า วิธีการสอนที่ครูนำเสนอจะมีอิทธิพลต่อการแสดงแทนที่นักเรียนใช้ และจะมีผลกระทบต่อการแก้ปัญหาของนักเรียนด้วย นักเรียนควรได้รับโอกาสในการสร้างการแสดงแทนด้วยตนเอง เพื่อพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนมีความต้องการส่งเสริมสมรรถนะที่ 6 เป็นอันดับ 5

สมรรถนะที่ 2 การสร้างข้อโต้แย้ง เป็นสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนใช้ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และใช้ในการประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ พบว่าผู้เรียนใช้สมรรถนะนี้ได้ดีในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ แต่การประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในระดับพอใช้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Movshovitz-Hadar, Zaslavsky, and Inbar (1987) พบว่า นักเรียนจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด เมื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทำให้การแก้ปัญหาผิดพลาด ทำให้ผู้เรียนมีความต้องการส่งเสริมสมรรถนะที่ 2 เป็นอันดับ 4

ผลการศึกษานี้จึงพบว่า ผู้เรียนมีความต้องการส่งเสริมมากตามลำดับถึงมากที่สุด ใน 3 สมรรถนะที่เหลือ คือ สมรรถนะเกี่ยวกับการสื่อสาร สมรรถนะเกี่ยวกับการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ และสมรรถนะเกี่ยวกับการสร้างตัวแบบ

สมรรถนะที่ 3 การสื่อสาร เป็นสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนใช้ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ให้ผู้อื่นเข้าใจทั้งการพูดและการเขียน โดยการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นต้องอยู่บนพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนส่วนใหญ่นั้นสามารถเขียนได้อย่างถูกต้อง แต่ผู้เรียนยังไม่สามารถสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูด และการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วน อาจเนื่องมาจากผู้เรียนไม่ได้รับการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ Emori (2005) กล่าวว่า ครูยังไม่ได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มากนัก เนื่องจากให้ความสำคัญกับปริมาณการพูดของนักเรียนในชั้นเรียน โดยไม่ได้พิจารณามุมมองด้านคุณภาพของ การคิด และวิธีการแสดงออก

สมรรถนะที่ 8 การใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ เป็นสมรรถนะที่ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือมาช่วยในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ แต่เนื่องจากในชั้นเรียนผู้เรียนไม่ได้รับการส่งเสริมในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือภาคเทคโนโลยีสารสนเทศ)

สมรรถนะที่ 4 การสร้างตัวแบบ เป็นสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนไม่ได้ใช้ในชั้นเรียนบ่อยนัก ทำให้ผู้เรียนยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการสร้างการตัวแบบ (Modeling) ว่ามีลักษณะอย่างไร ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการวางโครงสร้างของสถานการณ์ที่จะต้องนำมาสร้างเป็นตัวแบบ การแปลความเป็นจริงให้เข้าสู่โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบ วิเคราะห์ วิจารณ์ ตัวแบบและผลที่เกิดขึ้น การสื่อสารแนวคิดของตัวแบบและผล (รวมทั้งข้อจำกัด) การติดตามและควบคุมกระบวนการของการสร้างตัวแบบ อย่างไรก็ตามตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญมาก เพราะผู้เรียนจะได้เห็นการเชื่อมโยงระหว่างปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาในสถานการณ์จริง สอดคล้องกับ Hodgson (1995) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่มีการเชื่อมโยงระหว่างโลกที่เป็นจริงกับโลกของคณิตศาสตร์ ด้วยการแทนสถานการณ์จริงของโลกในเชิงคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยการใช้สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 8 สมรรถนะ ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ความสำเร็จและพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ตามลำดับจากมากไปน้อย ดังนี้ สมรรถนะการสร้างตัวแบบ สมรรถนะการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ สมรรถนะการสื่อสาร สมรรถนะการสร้างข้อโต้แย้ง สมรรถนะการแสดงเครื่องหมายแทน สมรรถนะการคิดและการให้เหตุผล สมรรถนะการตั้งและการแก้ปัญหา สมรรถนะการใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ

### เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). *แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ ฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- จิตรา ทองเกิด. (2542). กิจกรรมที่จัดในโรงเรียน. *วารสารวิชาการ*, 10(3).
- ทศนา แหมมณี. (2547). *ศาสตร์การสอน*. กรุงเทพฯ ฯ: ด้านสุทธาการพิมพ์.
- ไพศาล วรคำ. (2554). *การวิจัยทางการศึกษา Educational Research*. มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2556). *รายงานประจำปี 2556*. กรุงเทพฯ ฯ: สถาบัน.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ ฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). *รายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น : โครงการ PISA 2009*. กรุงเทพฯ ฯ: อรุณการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ ฯ: อรุณการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โครงการ PISA ประเทศไทย. (2557). *ตัวอย่างการประเมินผลนานาชาติ PISA คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ ฯ: อรุณการพิมพ์.

- Cai, J. & Lester Jr., F. K. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U.S. Classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*, (24).
- Capraro, M. & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations : Can middle school students meaningfully translate from words to mathematical symbols?. *Reading Psychology*, 27(2), 147-164.
- Emori, H. (2005). *The Workshop for young mathematics educations in Thailand 2005 building up the research agenda for the next 10 year, 2006 -2015*. Khon Kean: Khon Kean University.
- Fennema, E. & Franke, M. (1992). Teacher's knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing.
- Healy, L. & Hoyles, C. (1999). Visual and symbolic reasoning in mathematics: Making connections with computers?. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 59-84.
- Hodgson, T. (1995). Secondary mathematical modeling issues and challenges. *School Science and Mathematics*, 95(7).
- Linchevski, L. & Herscovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra : Operating on the unknown in the context of equations. *Educational Studies in Mathematics*, 30(1).
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O. & Inbar, S. (1987). An Empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1), 3-14.
- Sallis, E. & Jones, G. (2002). *Knowledge management in education : Enhancing learning and education*. London: Kogan Page.
- Stein, S. (2001). *Equipped for the future, content standards*. Washington, DC: National Institute for Literacy.