

การศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
A STUDY OF MATHEMATICAL THINKING OF RAJABHAT MAHASARAKHAM
UNIVERSITY STUDENTS

รามนรี นนทภา *

Ramnaree Nontapa

(Received : March 17, 2019 ; Revised : November 24, 2019 ; Accepted : December 22, 2019)

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์คือ เพื่อศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม 3 ด้านคือ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล และด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด กลุ่มตัวอย่างได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 3 และชั้นปีที่ 4 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 50 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ และแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ การวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocal Analysis) การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ผลการวิจัย พบว่า การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาเรียงตามค่าคะแนนมากไปน้อยตามลำดับ คือ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด และด้านการให้เหตุผล ผลการสัมภาษณ์ ดังนี้ ด้านการแก้ปัญหา พบว่านักศึกษามีการฝึกฝนการวิเคราะห์ปัญหา มีการใช้กลยุทธ์ในด้านการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหา เพราะเป็นสิ่งที่ครูจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนเป็นประจำ ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด พบว่านักศึกษาฝึกฝนการนำเสนอข้อมูลในสถานการณ์ต่าง ๆ ฝึกฝนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และมีการนำเสนอตัวแทนความคิด ด้านการให้เหตุผล พบว่านักศึกษาใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ เน้นการวิเคราะห์และให้เหตุผล ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และนำข้อมูลจากปัญหานั้นมาวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนบางส่วนที่แก้ปัญหาไม่ได้หาคำตอบไม่ได้ จะไม่สามารถนำเสนอความคิดหรืออธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ ส่งผลให้ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

คำสำคัญ : การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การนำเสนอตัวแทนความคิด

* ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม,

e-mail : ramnaree_cute.pig@hotmail.com

Abstract

The purpose of this research was to investigate mathematical thinking of the students at Mahasarakham Rajabhat University in three aspects: problem solving, reasoning, and the representation of ideas. The sample group consisted of the 3rd and 4th year students, a total number of 50, in the Department of Mathematics, Faculty of Education, Mahasarakham Rajabhat University enrolling in the second semester of the academic year 2017. The research instruments used in the study were a 7-subject mathematical thinking test and a semi-structured interview form. The data were analyzed were analyzed using protocol analysis, task analysis and analytic description of mathematical competency forms. The results of the study revealed that the mathematical thinking of the students arranged according to the scores of high to low were problem solving, representation of ideas, and reasoning respectively. In addition, the results of the interview data were as follows: in problem solving the students have practiced in problem analysis using problem solving strategies to find the solution to the problem. They could also summarize the answer correctly and consistently with the problem because they have regularly learned with the teacher in their classroom. In the aspect of representation of ideas, it was found that the students practiced presenting information in various situations, mathematical communication, and the representation of ideas. In reasoning, the students used knowledge and information to analyze situations focusing on analysis and reasoning which allow them to use mathematical knowledge and analyze the problematic situations correctly. However, some students, who could not find the solution to the problem correctly, might affect the inability for reasoning.

Keywords : Problem solving, Reasoning, Representation

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและ ศาสตร์อื่น และปัจจุบันนี้ทุกประเทศยอมรับถึงความจำเป็นว่าต้องมีประชากรที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะสามารถจัดการกับความซับซ้อนและความเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็วของสังคม แต่ในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์จากผลของการประเมินระดับชาติ (GAT : General Achievement Test) ปีการศึกษา 2556 ของกระทรวงศึกษาธิการ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนสามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้เพียง 65.23 คะแนน จาก คะแนนเต็ม 150 คะแนน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยต่ำ กว่ากลุ่มวิชาอื่น ๆ (สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ, 2556) และผลจากโครงการประเมินผล นักเรียนนานาชาติ PISA 2000 (Program for International Student Assessment) ขององค์การ พัฒนาและความร่วมมือทางเศรษฐกิจ (Organization for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) ที่ได้สำรวจความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ชีวิตของประชาชนทั่วไป และ ประเมินสมรรถภาพของนักเรียนในการรู้ปัญหาและตีความของปัญหาออกมาในรูปของโจทย์ คณิตศาสตร์ และใช้ความรู้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาและแปลผลกลับไปตอบปัญหาตั้งแต่ต้นซึ่ง สะท้อนให้เห็นวิธีการที่ใช้แก้ปัญหา ตลอดจนการวิเคราะห์ข้อมูลด้านคณิตศาสตร์ และความสามารถ ในการสื่อสารผลของการแก้ปัญหาออกมาให้ผู้อื่นรับรู้และเข้าใจผลการประเมินคณิตศาสตร์ ในส่วนที่ ประเมินการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ พบว่า นักเรียนไทยมากกว่าครึ่ง (52.5%) รู้เรื่อง คณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน นักเรียนที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ระดับพื้นฐานมีมากกว่าหนึ่งในสี่เพียง เล็กน้อย (27.3%) และอีกหนึ่งในห้า (20.2%) ที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์สูงกว่าระดับพื้นฐานและนักเรียนที่ รู้คณิตศาสตร์ระดับสูง (ระดับ 5 กับระดับ 6) มีเพียง 1.3% และอยู่ในอันดับที่ 50 เมื่อเรียงตาม สัดส่วนนักเรียนที่รู้คณิตศาสตร์ที่ระดับ 5 และ ระดับ 6 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ เทคโนโลยี, 2553)

การคิดทางคณิตศาสตร์ได้มีความสำคัญมากขึ้นในสังคมปัจจุบันที่ต้องอาศัยข้อมูลข่าวสาร มากขึ้นซึ่งข้อมูลเหล่านี้จะใช้ในการอ้างอิงเพื่อประกอบการตัดสินใจ จึงจำเป็นต้องพัฒนาการคิดทาง คณิตศาสตร์ในทุกะดับของการศึกษาให้มีการเติบโตและให้มีความสำคัญมากขึ้นในทศวรรษนี้ ซึ่งการ คิดทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นมากยิ่งขึ้นในด้านเทคโนโลยีและด้านอุตสาหกรรม (Zohar & Dori, 2003) นอกจากนี้ การคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการประยุกต์วิธีการอย่างเป็นระบบ และเลือกใช้วิธีการ แก้ปัญหาที่หลากหลายได้ (Kriegler, 2004) ได้แบ่งระดับของการคิดทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการแก้ปัญหา (Problem Solving) ประกอบด้วย การใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การ

แก้ปัญหาที่หลากหลาย ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด (Representation) ใช้การนำเสนอความสัมพันธ์ที่สามารถมองเห็นตัวเลข ภาษา และด้านการให้เหตุผล (Reasoning) พิจารณาในส่วนของการให้เหตุผลอุปนัยและนิรนัย เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิดทางคณิตศาสตร์รวมถึงการคิดวิเคราะห์ นอกจากนี้การให้เหตุผลถือว่าเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่ผู้เรียนหาคำตอบที่ถูกต้องได้ (National Council of Teachers of Mathematics : NCTM, 1989) ซึ่งการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด การเป็นผู้รู้จักคิด คิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต เพื่อสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองทั้งในการทำงานและการดำรงชีวิต ถึงแม้ว่าการพัฒนาความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลจะเป็นเป้าหมายหลักในการเรียนคณิตศาสตร์แต่ก็ยังมีผู้เรียนเป็นจำนวนมากที่ไม่สามารถบรรลุเป้าหมายนี้ด้วยเหตุผลนานาประการ นับตั้งแต่หนังสือเรียนไม่เหมาะสมไปจนถึงงานที่ได้รับมอบหมายไม่เกิดประโยชน์ (Burill, 1998)

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำวิจัยเรื่อง การศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โดยศึกษาจากนักศึกษาระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 3 และชั้นปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ที่จะเตรียมตัวออกฝึกประสบการณ์การสอนและออกไปฝึกประสบการณ์การสอน ในปีการศึกษา 2562 ว่านักศึกษามีการคิดทางคณิตศาสตร์อย่างไร เพื่อส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มนี้ก่อนที่จะออกไปฝึกประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

วิธีการศึกษา

การวิจัยครั้งนี้มีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ชั้นปีที่ 3 จำนวน 25 คน ชั้นปีที่ 4 จำนวน 25 คน จำนวนนักศึกษาทั้งหมด 50 คน ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยมีลักษณะเป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ แบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อสามารถประเมินการคิดทางคณิตศาสตร์ได้ทั้ง 3 ด้าน คือ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด และด้านการให้เหตุผล

2. แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้กำหนดจุดมุ่งหมายและประเด็นในการสัมภาษณ์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ให้นักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่นักศึกษาทำแบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์จะมีการบันทึกวิดีโอ

2. ทำการสัมภาษณ์นักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง การสัมภาษณ์จะใช้เวลาทั้งหมดประมาณ 2-3 ชั่วโมงต่อนักศึกษาหนึ่งคน ในขณะที่สัมภาษณ์จะมีการบันทึกเสียง บันทึกวิดีโอ

3. เมื่อผู้วิจัยสัมภาษณ์นักศึกษาเสร็จสิ้น ผู้วิจัยจะดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยการจัดกลุ่มผลให้สัมภาษณ์เชิงลึกออกเป็น 3 ทักษะ คือ ทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) ทักษะการให้เหตุผล (Reasoning Skills) และทักษะการนำเสนอตัวแทนความคิด (Representation Skills) โดยทำการบันทึกคำพูดและพฤติกรรมที่แสดงออกถึงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา เนื่องจากการสัมภาษณ์เป็นการสัมภาษณ์เชิงลึก ผู้วิจัยอาจจะถามการคิดทางคณิตศาสตร์นั้นในเชิงลึก ถ้ามานเขียนของนักศึกษากำกวม ทำให้ผู้วิจัยเกิดข้อสงสัยในประเด็นที่นักศึกษาตอบ ด้วยเหตุผลนี้ทำให้ผู้วิจัยต้องบันทึกคำพูด พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา และจัดกลุ่มผลให้สัมภาษณ์เชิงลึกออกเป็น 3 ทักษะ

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ผู้วิจัยจะทำการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocal Analysis) ขั้นตอนการวิเคราะห์โปรโตคอล คือผู้วิจัยจะสังเกตคำสำคัญที่กลุ่มเป้าหมายพูด วิเคราะห์ว่ากลุ่มคำพูดใด พฤติกรรมใด ที่แสดงลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์

2. การวิเคราะห์แบบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ถ้านักศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมายไม่สามารถแสดงออกถึงการคิดทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้วิจัยจะวิเคราะห์ว่าเพราะเหตุใดนักศึกษาถึงล้มเหลวในการอธิบายการคิดทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัย

ตารางที่ 1 แสดงระดับคะแนน และความถี่ (f) ของจำนวนนักศึกษา จำแนกตามด้านของการคิด

การคิดทางคณิตศาสตร์	ระดับคะแนนการคิดทางคณิตศาสตร์					
	2		1		0	
	f	%	f	%	f	%
ด้านการแก้ปัญหา						
1. ด้านการวิเคราะห์ปัญหา (P1)	-	-	36	100	-	-
2. ด้านการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2)	3	8.33	16	44.44	17	47.22
3. ด้านการสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหา (P3)	8	22.22	14	38.89	14	38.89
รวมด้านการแก้ปัญหา	11	15.28	66	61.11	31	43.06
ด้านการให้เหตุผล						
1. ด้านการใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1)	-	-	36	100	-	-
2. ด้านการอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหา (R2)	4	11.11	7	19.47	19	52.78
3. ด้านการอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ (R3)	8	22.22	15	41.67	13	36.11
รวมด้านการให้เหตุผล	12	16.67	58	53.71	32	44.45
ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด						
1. ด้านการใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ วาดภาพ หรือสัญลักษณ์ ใช้การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในโจทย์ เขียนแผนภาพความคิด (Re1)	-	-	36	100	-	-
2. ด้านการใช้ตัวแทนความคิด ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา โดยอาจใช้การวาดภาพ สัญลักษณ์ หรือตัวแปร ข้อความ ตาราง หรือกราฟ ตัวแบบทางเรขาคณิต (Re2)	4	11.11	12	33.33	20	55.56
3. ด้านการใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ หรือสัญลักษณ์ (Re3)	9	25	16	44.44	11	30.56
รวมด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด	13	18.06	64	59.26	31	43.06

จากตารางที่ 1 พบว่า การศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี เรียงตามคะแนนการคิดทางคณิตศาสตร์จากมากไปน้อย คือ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการนำเสนอ ตัวแทนความคิด และด้านการให้เหตุผล

การศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนโดยภาพรวม ด้านการแก้ปัญหา นักศึกษา สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ การใช้กลยุทธ์ในด้านการแก้ปัญหา การสรุปคำตอบได้ถูกต้องและ สอดคล้องกับปัญหา ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.11 ด้านการให้เหตุผล นักศึกษา สามารถการใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ การอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้ กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหา การอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 53.71 ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด นักศึกษาสามารถใช้ตัวแทน ความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ วาดภาพ หรือสัญลักษณ์ ใช้การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจทย์ เขียนแผนภาพความคิด การใช้ตัวแทนความคิด ในการแสดงกระบวนการ แก้ปัญหา โดยอาจใช้การวาดภาพสัญลักษณ์ หรือตัวแปร ข้อความ ตาราง หรือกราฟ ตัวแบบทาง เรขาคณิต การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้ข้อความหรือ สัญลักษณ์ ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 59.26

การศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน แยกตามทักษะด้านการแก้ปัญหานักเรียนทุกคน มีการคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับวิเคราะห์ปัญหา (P1) ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วน ระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบได้ถูกต้องและครบถ้วน ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100

ผู้เรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (P2) เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับ ปัญหา นำไปสู่การแก้ปัญหาที่เร็วรวดเร็ว เข้าใจง่าย ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 8.33 เลือกใช้กลยุทธ์ไม่เหมาะสมกับปัญหา นำไปสู่การแก้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือยุ่งยากเกินความจำเป็น ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.44 ไม่มีการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ระดับคะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 47.22

ผู้เรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหา (P3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน ตามประเด็นที่ปัญหาต้องการทราบและสอดคล้องกับปัญหา ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 22.22 สรุปคำตอบได้ถูกต้องไม่ครบถ้วนตามประเด็นที่ปัญหาต้องการทราบและสอดคล้องกับปัญหา คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 38.89 สรุปคำตอบผิด หรือไม่สรุปคำตอบ คะแนน 0 คะแนน คิด เป็นร้อยละ 38.89

ด้านการให้เหตุผล ผู้เรียนใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ (R1) ใช้ความรู้ ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหา เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ในปัญหาได้ถูกต้อง ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100

ผู้เรียนอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์ วิธีการแก้ปัญหา (R2) อธิบายเหตุผลของการ เลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหา ได้สอดคล้องกับการวิเคราะห์ปัญหา ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็น

ร้อยละ 11.11 อธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์ วิธีการแก้ปัญหา ได้สอดคล้องกับการวิเคราะห์ปัญหาได้เพียงบางส่วนหรือไม่ชัดเจน คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 19.47 ไม่สามารถอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์ วิธีการแก้ปัญหาได้ หรือไม่เขียนอธิบายเหตุผลคะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 52.78

ผู้เรียนอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ (R3) อธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้สอดคล้องกับปัญหา ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 22.22 อธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้แต่ไม่สอดคล้องกับปัญหา คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 41.67 ไม่สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ให้เหตุผล คะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 36.11

ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด ผู้เรียนการใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ วาดภาพ หรือ สัญลักษณ์ ใช้การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจไทย เขียนแผนภาพความคิด (Re1) ใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ เพื่อสื่อความหมายได้อย่างเหมาะสมกับปัญหา ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100

ผู้เรียนการใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา โดยอาจใช้การวาดภาพ สัญลักษณ์ หรือตัวแปร ข้อความ ตาราง หรือกราฟ ตัวแบบทางเรขาคณิต (Re2) ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับปัญหาและสื่อความหมายได้อย่างเหมาะสม ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 11.11 ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับปัญหา แต่ไม่สื่อความหมายในกระบวนการแก้ปัญหา หรือใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการกระบวนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมกับปัญหา แต่สื่อความหมายในกระบวนการแก้ปัญหาได้ คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 33.33 ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมกับปัญหาและไม่สื่อความหมายในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา หรือ ไม่แสดงการใช้การนำเสนอตัวแทนความคิด คะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 55.56

ผู้เรียนการใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ หรือสัญลักษณ์ (Re3) ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสมและสื่อความหมายได้ชัดเจน ระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 25 ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสมแต่สื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาไม่เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้ชัดเจน คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.44 ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา และ สื่อความหมายได้ หรือไม่เขียน คะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 30.56

ผลการสัมภาษณ์ พบว่า ด้านการแก้ปัญหา ซึ่งนักศึกษามีการฝึกฝนการวิเคราะห์ปัญหา การใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหา เพราะเป็นสิ่งที่ครูจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนเป็นประจำ

ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด ซึ่งนักศึกษาฝึกฝนการนำเสนอข้อมูลในสถานการณ์ต่าง ๆ ฝึกฝนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอตัวแทนความคิด ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และนำข้อมูลจากปัญหานั้นมาวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่มีนักศึกษาบางส่วนที่แก้ปัญหามathematicsไม่ได้ และยังไม่ได้คำตอบของปัญหา จึงไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ และไม่สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดได้

ด้านการให้เหตุผล ซึ่งนักศึกษาใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ เน้นการวิเคราะห์และให้เหตุผล ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และนำข้อมูลจากปัญหานั้นมาวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนบางส่วนที่หาคำตอบไม่ได้ จะไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ ส่งผลให้ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

การอภิปรายผลและสรุป

การคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี เรียงตามการคิดทางคณิตศาสตร์สูงไปต่ำ คือ ด้านการแก้ปัญห ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด และด้านการให้เหตุผล ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ด้านการแก้ปัญห ซึ่งนักศึกษามีการฝึกฝนการวิเคราะห์ปัญหา การใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญห การสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหา เพราะเป็นสิ่งที่ครูจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนเป็นประจำ ทำให้ผู้เรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหามากที่สุด เป็นอันดับ 1 แสดงว่า การแก้ปัญหามathematicsช่วยทำความเข้าใจความสำคัญของการใช้ความรู้และทักษะ การเรียนรู้วิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง และการบรรลุความสามารถที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ที่เป็นอิสระด้วยเหตุนี้การแสดงแนวคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหามีความจำเป็นและเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทั้งในห้องเรียนและในชีวิตจริง และสอดคล้องกับ Sternberg (1987) กล่าวว่า การแก้ปัญหามathematicsมีความสำคัญที่จะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยายความเข้าใจของเราได้ และยังสามารถประยุกต์ใช้เทคนิคที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านมโนทัศน์และด้านกระบวนการเพื่อนำไปใช้แก้ปัญห และการพัฒนาการแก้ปัญหามathematicsของผู้เรียนไปพร้อม ๆ กับการให้ความรู้ตามเนื้อหา โดยให้อาสาผู้เรียนได้พูด อธิบายหรือแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความคิดของตนเอง และได้ลงมือปฏิบัติตามความคิดของตนเพื่อหาประสบการณ์ เพื่อให้สามารถวิเคราะห์ปัญหา สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างรอบคอบและตัดสินใจปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด ซึ่งนักศึกษาฝึกฝนการนำเสนอข้อมูลในสถานการณ์ต่าง ๆ ฝึกฝนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอตัวแทนความคิด ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และนำข้อมูลจากปัญหานั้นมาวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง นักศึกษาสามารถการใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ วาดภาพ หรือสัญลักษณ์ ใช้การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจทฤษฎี เขียนแผนภาพความคิด การใช้ตัวแทนความคิด

ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา โดยอาจใช้การวาดภาพสัญลักษณ์ หรือตัวแปร ข้อความ ตาราง หรือกราฟ ตัวแบบทางเรขาคณิต การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ หรือสัญลักษณ์ได้ แต่มักมีนักเรียนบางส่วนที่แก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ และยังไม่ได้คำตอบของปัญหา จึงไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ และไม่สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดได้ ทำให้ผู้เรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดเป็นอันดับ 2 ซึ่งสอดคล้องกับ National Council of Teachers of Mathematics : NCTM (2000) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากจะช่วยพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่นักเรียนได้สร้างขึ้น หรือเปรียบเทียบสิ่งต่าง ๆ ผ่านการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ หรือรูปแบบอื่น ๆ ซึ่งตัวแทนความคิดจะช่วยในการสื่อสารของนักเรียน และเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการทำความเข้าใจความคิดรวบยอด และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นการใช้ตัวแทนความคิดทำให้นักเรียนมีโอกาสดำเนินการสื่อสารในการอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจของตนเองและผู้อื่น และแสดงให้เห็นถึงการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในโลกจริง ซึ่งจะทำให้การใช้ตัวแทนความคิดกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้ง และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคอง (2553) กล่าวว่า การมีตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันจะทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย

ด้านการให้เหตุผล ซึ่งนักเรียนใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ เน้นการวิเคราะห์และให้เหตุผล ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และนำข้อมูลจากปัญหานั้นมาวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหา นักเรียนได้ฝึกฝนการเลือกกลยุทธ์มาใช้ในการแก้ปัญหาบ้างแล้ว ทำให้นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้เป็นอย่างดี การอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งมีนักเรียนบางส่วนที่หาคำตอบไม่ได้ จะไม่สามารถอธิบายความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ ส่งผลให้ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้ ทำให้ผู้เรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลน้อยที่สุด เป็นอันดับ 3 ซึ่งสอดคล้องกับ Guilford and Hoepfner (1971) กล่าวว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล นอกจากนี้แล้วในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ นั้น ครูมีการจัดกิจกรรมควบคู่ไปกับการอธิบาย ทำให้นักเรียนไม่ค่อยฝึกการอ้างอิงอธิบายแสดงแนวคิดที่ต่อเนื่องตลอดกระบวนการ จึงทำให้นักเรียนกลุ่มนี้ไม่สามารถแสดงเหตุผลและเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนด้วยตัวของตนเอง ส่งผลให้นักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยกลยุทธ์การพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และสอดคล้องกับ National Council of Teachers of Mathematics : NCTM (2000) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล

เป็นปัจจัยสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยครูสามารถส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้การสอนได้ และเมื่อจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษา นักเรียนควรมีความเข้าใจและสามารถพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ และเห็นคุณค่าของการให้เหตุผล

เอกสารอ้างอิง

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). รายงานผลการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น : โครงการ PISA 2009. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ. (2556). ผลของการประเมินระดับชาติ (GAT) ปีการศึกษา 2556. สืบค้น 20 มกราคม 2562, จาก www.moe.go.th/webbpps/gis/ MyPage
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Burrill, Gail. (1998). Let's talk about mathematical thinking and reasoning. *NCTM News Bulletin*, January, 3.
- Guilford, J. P., & Hoepfner, R. (1971). *The Analysis of intelligence*. New York, NY: McGraw-Hill Book Co.
- Kriegler, S. (2004). *Just what is algebraic thinking*. Retrieved January 20, 2019, from <http://www.Math.ucla.edu/~kriegler>.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Roston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Sternberg, R. J. (1987). What is mathematical thinking?. In Sternberg, R. J., & Baron, J. B. (Eds.), *Teaching thinking skills : Theory and practice*. New York: W.IT Freeman and Company.
- Zohar, A., & Dori, Y. (2003). The effect of perceived learner advantages on teachers' beliefs about critical-thinking activities. *Journal of Teacher Education*, 56(1), 24-33.