



Research article Mathematical Model of Audiogram by nonrecursive system

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของออดิโอแกรมโดยระบบอนรีครูซีฟ

จรรยา ปิตะเหล็ก

Abstract

This paper presents the design a mathematical model of the hearing impairment patient's audiogram with nonrecursive discrete time system or FIR filter. By design process, use a function on MATLAB to convert the scale from audiogram and then calculate the transfer function of nonrecursive system. The experimental data used 21, 41 and 61 to be order of nonrecursive system. The result show that more than 21 order of nonrecursive system give response similar as audiogram and the result is a basic model for digital hearing aid designing.

Keywords: DSP, FIR, Hearing aid.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการออกแบบและสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกราฟออดิโอแกรมของผู้บกพร่องทางการได้ยินด้วยระบบไม่ต่อเนื่องทางเวลาแบบอนรีครูซีฟ หรือตัวกรองเชิงเลขแบบเอฟไออาร์ซึ่งในการออกแบบและสร้างแบบจำลองได้นำกราฟออดิโอแกรมของผู้บกพร่องทางการได้ยินมาทำการแปลงสเกลและนำมาใช้คำนวณหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอนรีครูซีฟด้วยโปรแกรม MATLAB โดยในการทดลอง จะใช้ลำดับของระบบอนรีครูซีฟเป็น 21, 41 และ 61 จากการทดลอง

พบว่าผลตอบสนองทางขนาดของระบบอนรีครูซีฟตั้งแต่ลำดับที่ 21 มีผลการทำงานใกล้เคียงกับกราฟออดิโอแกรม และฟังก์ชันถ่ายโอนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นพื้นฐานสำหรับออกแบบการสร้างตัวชดเชยให้ผู้ที่มีความบกพร่องทางการได้ยินต่อไป

คำสำคัญ: ออดิโอแกรม, ตัวกรองเชิงเลขแบบเอฟไออาร์, เครื่องช่วยฟัง

บทนำ

ปัจจุบันในประเทศไทยมีผู้ป่วยที่บกพร่องทางการได้ยินอยู่จำนวนหนึ่ง โดยผู้บกพร่องทางการได้ยินเหล่านี้สามารถจำแนกได้คือ บกพร่องตั้งแต่กำเนิด บกพร่องจากการเกิดอุบัติเหตุ บกพร่องจากอาการเจ็บป่วย หรือบกพร่องจากความชราภาพ ซึ่งปัญหาที่เกิดจากความบกพร่องทางการได้ยินจะเป็นอุปสรรคอย่างหนึ่งในการใช้ชีวิตประจำวันของผู้ป่วยเหล่านี้ การแก้ปัญหาให้ผู้ป่วยที่มีอาการบกพร่องทางการได้ยินเหล่านี้ให้ได้ยินเสียงต่างๆ ได้ใกล้เคียงหรือเท่ากับคนปกติทำได้โดยการใช้เครื่องช่วยฟัง ซึ่งเครื่องช่วยฟังที่มีใช้กันอยู่ในปัจจุบันจะมีทั้งแบบอนาล็อกและแบบดิจิทัล แต่เนื่องจากความบกพร่องทางการได้ยินของผู้ป่วยแต่ละคนมีความแตกต่างกันโดยแสดงได้จากกราฟออดิโอแกรมของผู้ป่วย ทำให้เครื่องช่วยฟังที่มีใช้กันอยู่ในปัจจุบันอาจไม่สามารถชดเชยการได้ยินของผู้ป่วยได้ทุกย่านความถี่ ทั้งนี้เนื่องจากความบกพร่องทางการได้ยินที่ต่างกันนั่นเอง ดังนั้นการที่จะทำให้เครื่องช่วยฟังสามารถชดเชยความบกพร่องทางการได้ยินของผู้ป่วยได้ทุกย่านความถี่จำเป็นต้องสร้างเครื่องช่วยฟังที่มีผลตอบสนองทางความถี่ให้มีรูปแบบเฉพาะและมีกร



ขาดความถี่สอดคล้องกับกราฟพอดิโอแกรมของผู้
บกพร่องทางการได้ยินแต่ละราย และหลักการที่กล่าว
มาแล้วนั้นจะไม่สามารถนำมาสร้างได้ในเครื่องช่วยฟัง
แบบอนาล็อก เนื่องจากเป็นข้อจำกัดของวงจรอนาล็อกที่
ไม่สามารถออกแบบให้วงจรมีผลตอยสนองทางความถี่ที่
หลากหลายได้ ดังนั้นหลักการดังกล่าวจึงถูกนำไปสร้างใน
เครื่องช่วยฟังแบบดิจิตอล โดยในการออกแบบเครื่องช่วย
ฟังแบบดิจิตอลนั้นจำเป็นต้องสร้างแบบจำลองทาง
คณิตศาสตร์แบบดิสครีต (Discrete) ของกราฟพอดิโอแ
แกรมของผู้บกพร่องทางการได้ยินก่อน โดยแบบจำลองทาง
คณิตศาสตร์แบบดิสครีตยังถูกแบ่งออกได้อีกสองชนิดคือ
ชนิด รีคูซิฟ(Recursive) และชนิดนอนรีคูซิฟ (Non
recursive) โดย [5] ได้นำเสนอการสร้างแบบจำลองทาง
คณิตศาสตร์แบบดิสครีตของกราฟพอดิโอแกรมชนิดรีคู
ซิฟ ซึ่งจะมีข้อจำกัดอยู่บางประการเช่น มีความผิดพลาด
สูง และการนำไปสร้างจริงมักประสบปัญหาเรื่องความ
เที่ยงตรง โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้านำไปสร้างด้วยตัว
ประมวลผลแบบจุดทศนิยมคงที่ (Fixedpoint
processor) [5] ส่วนระบบนอนรีคูซิฟนั้นจะมีคุณสมบัติ
ที่สำคัญคือจะให้ผลตอบสนองทางเฟสเป็นแบบเชิงเส้นทำ
ให้สามารถออกแบบผลตอบสนองทางความถี่ให้มีรูปแบบ
ที่หลากหลายได้และง่ายต่อการนำไปสร้างจริงแม้จะใช้ตัว
ประมวลผลแบบทศนิยมคงที่หรือไม่โครคอนโทรลเลอร์ก็
ตามดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้นำเสนอแบบจำลองทาง
คณิตศาสตร์แบบดิสครีตชนิดนอนรีคูซิฟของกราฟ
พอดิโอแกรม เพื่อใช้สำหรับการออกแบบการชดเชยการ
ได้ยินในเครื่องช่วยฟังแบบดิจิตอลต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อค้นหาวิธีสร้างแบบจำลอง
ทางคณิตศาสตร์แบบดิสครีต สำหรับกราฟพอดิโอแกรม
สำหรับผู้บกพร่องทางการได้ยินเพื่อนำไปใช้สำหรับการ
สร้างเครื่องช่วยฟังแบบดิจิตอลที่สามารถชดเชยความ

บกพร่องทางการได้ยินได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดย
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้จะต้องง่ายต่อการนำ
ไปสร้างจริงไม่ว่าจะใช้ตัวประมวลผลแบบจุดทศนิยมคงที่
ก็ตาม

วิธีการดำเนินการวิจัย

กรอบแนวคิดในการวิจัยและสมมติฐาน

ตัวกรองเชิงเลขแบบเอฟไออาร์

ตัวกรองที่มีผลตอบสนองทางความถี่ $H_D(\omega)$

ตามรูปที่ 1 สามารถหาค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ $h_D(n)$

ได้จากความสัมพันธ์ของการแปลงกลับของฟูเรียร์ ดัง
สมการที่ (1) (2) และ (3) [1-5]

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_D(\omega) e^{j\omega n} d\omega \quad (1)$$

$$h_D(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} 1 \cdot e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega n} d\omega \quad (2)$$

$$h_D(n) = \frac{\sin(2\pi f n)}{n\pi} \quad (3)$$

สามารถหาความถี่คัท-ออฟนอร์มอลไลซ์

(Normalized Cut Off Frequency) ได้ดังสมการที่ (4)

$$f = \frac{f_c}{f_s} \quad (4)$$

โดย

f คือ ความถี่คัท-ออฟนอร์มอลไลซ์

(Normalized Cut Off Frequency)

f_c คือ ความถี่คัท-ออฟ

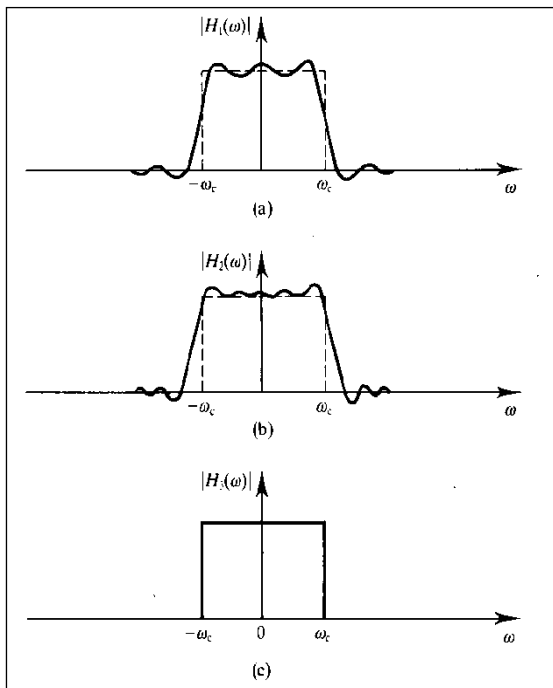
(Cut Off Frequency : Hz)

f_s คือ ความถี่สุ่ม

(Sampling Frequency : Hz)

n คือ จำนวนลำดับของตัวกรอง

ตัวกรองเชิงเลขแบบเอฟโออาร์จะมีผลตอบสนองทางความถี่เป็นแบบอุดมคติก็ต่อเมื่อมีการใช้ตัวสัมประสิทธิ์เป็นอนันต์ แต่ในทางปฏิบัติผลตอบสนองทางความถี่ของตัวกรองเชิงเลขแบบเอฟโออาร์จะมีการกระเพื่อม (Ripple) [4] เกิดขึ้น ถ้าจำนวนสัมประสิทธิ์มีจำนวนน้อยก็จะทำให้เกิดการกระเพื่อมมาก แต่ถ้าจำนวนสัมประสิทธิ์มีค่ามากขึ้นก็จะทำให้ค่าการกระเพื่อมน้อยลง ซึ่งจะมีผลใกล้เคียงกับผลการตอบสนองความถี่ทางอุดมคติมากขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงผลการตอบสนองความถี่ (a) สัมประสิทธิ์ 13 ตัว, (b) สัมประสิทธิ์ 25 ตัว, (c) สัมประสิทธิ์เป็นอนันต์

สำหรับตัวกรองเชิงเลขแบบเอฟโออาร์ที่มีผลตอบสนองทางความถี่หลากหลายรูปแบบเกิดจากการนำสัมประสิทธิ์ของตัวกรองที่ต่างความถี่คัท-ออฟมาบวกหรือลบกันดังสมการที่ 5

$$h_D(n) = \frac{\sin(2\pi f_1 n)}{n\pi} \pm \frac{\sin(2\pi f_2 n)}{n\pi} \pm \dots \pm \frac{\sin(2\pi f_k n)}{n\pi} \quad (5)$$

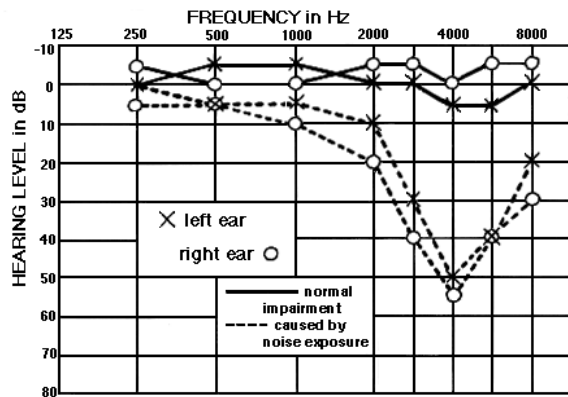
จากนั้นทำการแปลง z (z Transform) ที่สมการที่ 5 จะได้ฟังก์ชันระบบ (System function) หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบดีสครีตสามารถแสดงได้ดังสมการที่ 6 และสมการที่ 7

$$H(z) = h(0) + h(1)z^{-1} + h(2)z^{-2} + \dots + h(n)z^{-n} \quad (6)$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^M h(n)z^{-n} \quad (7)$$

การสูญเสียการได้ยิน

หูของผู้บกพร่องทางการได้ยินจะมีระดับของการได้ยินในแต่ละความถี่ที่ไม่เท่ากัน อาจเกิดความบกพร่องในหูข้างเดียวหรือทั้งสองข้างก็ได้ กรณีผู้ที่มีความบกพร่องทางการได้ยินจะเกิดขึ้นในความถี่ย่านใดย่านหนึ่งไม่เกิดตลอดย่าน ซึ่งความถี่ที่นิยมใช้ในการทดสอบคือ 250 Hz, 500 Hz, 1000 Hz, 2000 Hz, 4000 Hz และ 8000 Hz, จากรูปที่ 2 แสดงสภาพการได้ยินในแต่ละความถี่ของผู้ที่มีความบกพร่องทางการได้ยินโดยในแนวนอนจะแสดงความถี่ ส่วนในแนวแกนตั้งแสดงขนาดความบกพร่องทางการได้ยินในสเกล Log



รูปที่ 2 แสดงสภาพการได้ยินในแต่ละความถี่ของผู้ที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน

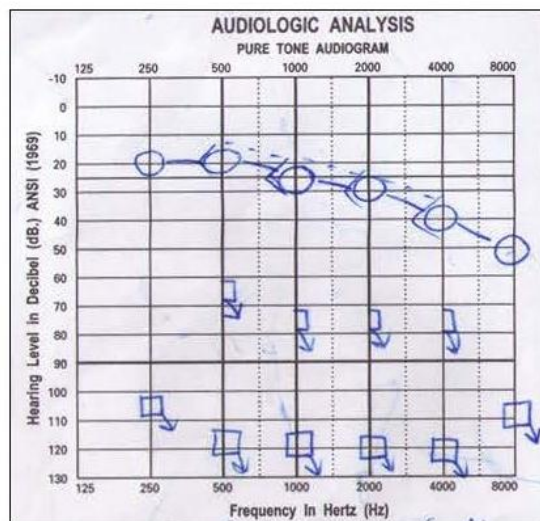
การออกแบบ

เนื่องจากออติโอแกรมของผู้บกพร่องทางการได้ยินแสดงอยู่ในรูปของสเกล Log ดังรูปที่ 3 เพื่อให้ง่ายต่อการออกแบบจำเป็นต้องทำการแปลงสเกลออติโอแกรมของผู้บกพร่องทางการได้ยินให้อยู่ในรูปของสเกลเชิงเส้น (Linear scale) ก่อน โดยวิธีการแปลงสเกลถูกแสดงไว้ในสมการที่ (8) ถึง (10) ค่าที่ได้จากการแปลงแสดงในตารางที่ 1 และกราฟออติโอแกรมในสเกลเชิงเส้นแสดงได้ดังรูปที่ 4 จากนั้นจะใช้สมการที่ (1) ถึงสมการที่ (6) และขนาดที่สเกลเชิงเส้น (Amplitude linear) จากตารางที่ 1 มาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบดิสคริตต่อไป

$$dB = 20 \log(\text{amplitude}) \quad (8)$$

$$\text{amplitude} = \text{anti log} \left(\frac{dB}{20} \right) \quad (9)$$

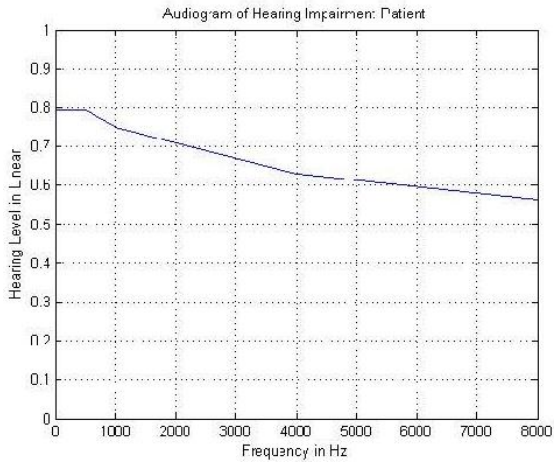
$$\text{amplitude} = 10^{\frac{dB}{20}} \quad (10)$$



รูปที่ 3 ตัวอย่างกราฟออติโอแกรมของผู้บกพร่องทางการได้ยิน

ตารางที่ 1 Amplitude ที่ความถี่ก่อนและหลังการแปลงสเกลผู้ป่วย

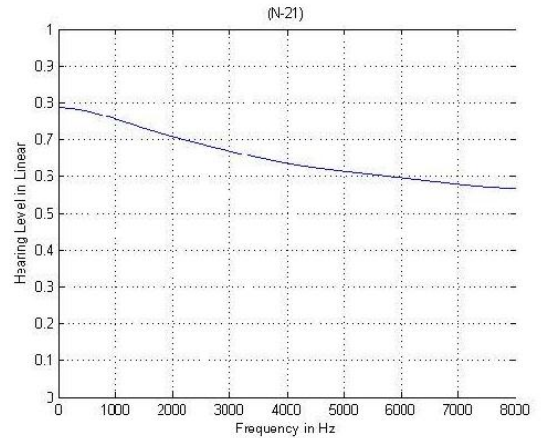
Frequency (Hz)	Amplitude (dB)	Amplitude (Linear)
250	-20	0.794328235
500	-20	0.794328235
1000	-25	0.749894209
2000	-30	0.707945784
4000	-40	0.630957344
8000	-50	0.562341325



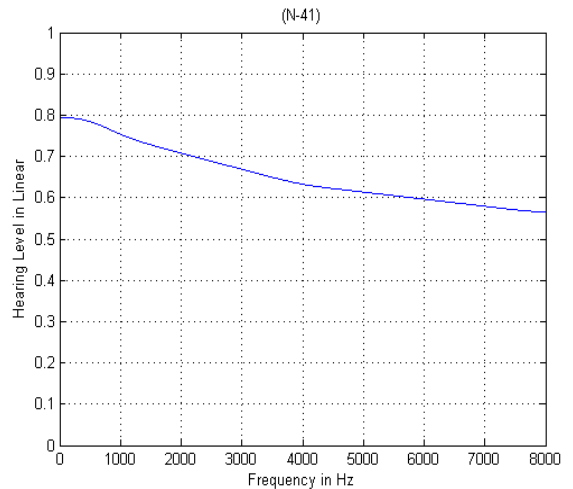
รูปที่ 4 ตัวอย่างผลตอบสนองทางความถี่ของผู้บกพร่องทางการได้ยินต้นฉบับที่ทำการแปลงสเกลแล้ว

ผลการดำเนินงาน

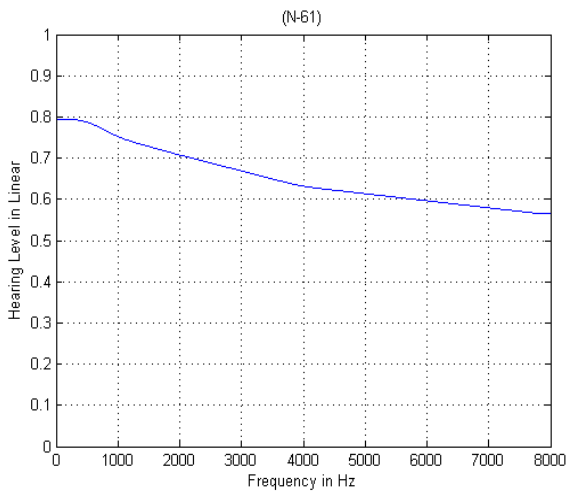
ในการทดลองได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้มีความบกพร่องในการได้ยินหรือออติโอแกรมโดยใช้ตัวกรองแบบเอพไอร่าลำดับที่ 21, 41 และ 61 กำหนดให้ f_s มีค่าเท่ากับ 16 kHz ผลการทดลองแสดงเป็นกราฟผลตอบสนองทางความถี่ได้ดังรูปที่ 5 ถึงรูปที่ 7 และตารางที่ 2 แสดงค่าความผิดพลาดของแบบจำลองที่สร้างขึ้นจากหลักการที่นำเสนอเทียบกับออติโอแกรมต้นฉบับ



รูปที่ 5 ผลการจำลองผลตอบสนองทางความถี่ที่เหมือนกับสภาพความบกพร่องทางการได้ยินโดยใช้ตัวกรองลำดับที่ 21



รูปที่ 6 ผลการจำลองผลตอบสนองทางความถี่ที่เหมือนกับสภาพความบกพร่องทางการได้ยินโดยใช้ตัวกรองลำดับที่ 41



เอกสารอ้างอิง

- [1] Mitra, S. K. Digital Signal Processing, A Computer-Based Approach. 2nd ed. Boston : McGraw-Hill, c2001.
- [2] Oppenheim, A. V., Ronald and Schaffer, W. Discrete-Time Signal Processing. New Jersey: Prentice Hall, c1999.
- [3] Orfanidis, S. J. Introduction to Signal Processing. New Jersey: Prentice Hall, c1995.
- [4] Proakis, J. G. and Manolakis, D. G. Digital Signal Processing Principle. Algorithms, and Applications. New Jersey: Prentice Hall, c1996.
- [5] Jongsataporn T., YimmanS., PraesomboonS. andDejhan K. "MATHEMATICAL MODEL OF AUDIOGRAM WITH SECOND ORDER RECURSIVE SYSTEM" 4th Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON- 2011).
- [6] สุภาวดี ประชุมหังสิต. ตำราโสต ศอ นาสิกวิทยา. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร, คณะแพทยศาสตร์ โรงพยาบาลรามาธิบดี ภาควิชาโสต ศอ นาสิกวิทยา; 2550.
- [7] Kun-Shan Lin, "Digital Signal Processing Applications with the TMS320C Family, Volume 1": Prentice-Hall and Texas Instruments 1987.
- [8] Lucio Di Jasio, "Programming 16-bit Microcontrollers in C Learning to Fly the PIC 24": ElsevierInc 2007.

รูปที่ 7 ผลการจำลองผลตอบสนองทางความถี่ที่เหมือนกับสภาพความบกพร่องทางการได้ยินโดยใช้ตัวกรองลำดับที่ 61

สรุปและวิจารณ์ผล

จากการทดลองพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของออโตแกรมที่สร้างจากระบบนอนรีครูซีฟหรือตัวกรองเชิงเลขแบบเอฟไออาร์พบว่าที่ลำดับที่ 21 ก็จะทำให้ผลการทำงานที่ใกล้เคียงกับออโตแกรมต้นฉบับแล้ว และเมื่อลำดับสูงขึ้นจะให้ค่าผิดพลาดลดลงโดยลำดับที่ 61 จะให้ค่าผิดพลาดไม่เกิน $\pm 1\%$ ซึ่งเป็นค่าที่น้อยมาก และมีแนวโน้มว่าเมื่อลำดับของตัวกรองสูงขึ้นค่าความผิดพลาดก็จะลดลง ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของออโตแกรมที่สร้างจากระบบนอนรีครูซีฟตามหลักการที่น่าเสนอเหมาะต่อการนำไปใช้สร้างเครื่องช่วยฟังแบบดิจิทัลสำหรับผู้บกพร่องทางการได้ยิน และเนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้มีลักษณะเป็นนอนรีครูซีฟ จึงง่ายต่อการนำไปสร้างด้วยตัวประมวลผลสัญญาณเชิงเลขแบบจุดทศนิยมคงที่(Fixed point digital signal processor)[7] หรือโดยเฉพาะอย่างยิ่งไมโครคอนโทรลเลอร์[8] ที่มีใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน



ตารางที่ 2 ค่าความผิดพลาดของแบบจำลองที่สร้างขึ้น
จากหลักการที่นำเสนอเทียบกับอดีตโปรแกรมต้นฉบับ

Amplitude(Original)	Order	Amplitude (Proposed)	Error	Error (%)
0.794328325	21	0.784665442	- 0.0096 62883	- 1.2164 84797
	41	0.792231860	- 0.0020 96465	- 0.2639 29237
	61	0.793841005	- 0.0004 87320	- 0.0613 49977
0.794328325	21	0.777844528	- 0.0164 83797	- 2.0751 86894
	41	0.784719028	- 0.0096 09297	- 1.2097 38676
	61	0.787758705	- 0.0065 69620	- 0.8270 66056
0.749894209	21	0.755568930	0.0056 74721	0.7567 36173
	41	0.754389362	0.0044 95153	0.5994 38322
	61	0.752834775	0.0029 40566	0.3921 30836

0.707945784	21	0.708481086	0.0005 35302	0.0756 13367
	41	0.708080092	0.0001 34308	0.0189 71462
	61	0.707936599	- 0.0000 09185	- 0.0012 97367
0.630957344	21	0.635097980	0.0041 40636	0.6562 46554
	41	0.632983070	0.0020 25726	0.3210 55995
	61	0.632247207	0.0012 89863	0.2044 29451
0.562341325	21	0.569326865	0.0069 85540	1.2422 24178
	41	0.565988345	0.0036 47020	0.6485 42087
	61	0.564809061	0.0024 67736	0.4388 32401