

การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

Development of Learning Achievement in Mathematics on the Topic of Equality
in all Respects using Van Hiele Theory for Grade-8 Students

วันที่รับบทความ: 9 มี.ค. 67

วันที่แก้ไขบทความ: 20 พ.ค. 67

วันที่ตอบรับ: 28 พ.ค. 67

สุริยัน เขตบรรจง¹

Suriyun Khatbanjong¹

จิราวรรณ สวนแก้ว²

Jirawan Suankaew²

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อพัฒนาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 (2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างหลังเรียน และก่อนเรียน (3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจต่อการพัฒนาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่าง คือนักเรียนโรงเรียนวชิรธรรมสาริต กรุงเทพมหานคร จำนวน 30 คน ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความพึงพอใจ สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (M) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบแบบ Dependent t-test ผลการวิจัยพบว่า (1) ประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีประสิทธิภาพเท่ากับ 85.98/84.06 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ (2) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (3) ระดับความพึงพอใจต่อการพัฒนาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ภาพรวมอยู่ในระดับมากมีค่าเฉลี่ย 4.89

คำสำคัญ : ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีแวนฮิลี มัธยมศึกษาปีที่ 2

¹ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

¹ Assistant Professor. Dr., Division of Mathematics, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Ramkhamhaeng University

²นักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

² Student, Division of Mathematics, Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Ramkhamhaeng University

Abstract

The objectives of this research are (1) to develop mathematics learning achievement; Regarding equality in all respects using Van Helie's theory for Grade-8 students to have efficiency according to the 80/80 criterion. (2) To compare academic achievement in mathematics. Regarding equality in all respects using Van Helie's theory for Grade-8 students between after school and before school. (3) To study satisfaction with learning achievement in mathematics. About equality in all respects using Van Helie's theory for Grade-8 students. The sample group was students at Wachiratham Sathit School. Bangkok, 30 students, obtained from stratified random sampling. Research tools include learning activity plans. Mathematics Achievement Test and satisfaction measurement. Research tools include learning activity plans. Mathematics Achievement Test and satisfaction measurement Statistics used to analyze the data include the arithmetic mean (M), standard deviation (SD) and A dependent t-test. The results of the research found that (1) the efficiency of the learning activity plan the efficiency is equal to 85.98/84.06, according to the specified criteria. (2) Comparison of academic achievement in mathematics. The period after studying was significantly higher than before studying at the .05 level. (3) The level of satisfaction with the development of overall learning activities was at a high level with an average of 4.89.

Keywords: Mathematics Learning Achievement, Exact Equality, Van Helie Theory, Grade-8 Students

บทนำ

การศึกษาถือเป็นปัจจัยสำคัญสำหรับเยาวชนของชาติ เพราะการศึกษาเป็นกระบวนการสำคัญในการพัฒนาเยาวชนให้มีคุณภาพ เพื่อเป็นกำลังหลักในการพัฒนาสังคมและประเทศชาติให้มีความมั่นคง ก้าวหน้า ทัดเทียมนานาชาติ ดั่งพระราชดำรัสของพระบาทสมเด็จพระปรมินทรมหาภูมิพลอดุลยเดช ที่ทรงพระราชทานแก่ครูใหญ่และนักเรียน ณ ศาลาดุสิตาลัย พระราชวังดุสิต เมื่อวันที่ 22 กรกฎาคม พ.ศ. 2520 ความตอนหนึ่งว่า “การศึกษาเป็นเครื่องมืออันสำคัญในการพัฒนาความรู้ ความคิด ความประพฤติ ทัศนคติ ค่านิยม และคุณธรรมของบุคคล เพื่อให้เป็นพลเมืองที่ดีมีคุณภาพและประสิทธิภาพ เมื่อบ้านเมืองประกอบไปด้วยพลเมืองที่มีคุณภาพ และมีประสิทธิภาพ การพัฒนาประเทศชาติก็ย่อมทำได้โดยสะดวกราบรื่น ได้ผลที่แน่นอนและรวดเร็ว” (กระทรวงศึกษาธิการ, 2561)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้การคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2561) นอกจากนี้ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่งในการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาทรัพยากรมนุษย์เข้าสู่สังคมใหม่ในปัจจุบัน เพราะคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานและเครื่องมืออันจะนำมาซึ่งความรู้ และศิลปะวิทยาการทุกแขนง นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีความสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์ในการดำรงชีวิต ดังที่ยุพิน พิพิธกุล (2546) ได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด การคิดทางคณิตศาสตร์นั้นต้องมีแบบแผน มีแบบรูป ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริง ช่วยให้เป็นผู้ที่มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ตลอดจน พยายามคิดสิ่งที

แปลกใหม่ และนำคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาทางวิทยาศาสตร์ได้ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่าง ๆ ซึ่งความเห็นดังกล่าวสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2562) ที่กล่าวสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และอยู่ร่วมกับผู้อื่น ได้อย่างมีความสุข คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตของมนุษย์ให้ดีขึ้น

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร จากผลการประเมินความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ว่าในระดับใดต่างพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน ดังเช่น ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ร่วมกับนานาชาติในโครงการ TIMSS 2015 พบว่านักเรียนไทยได้คะแนนในวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(2562) สอดคล้องกับผลการประเมิน PISA 2015 (Program for International Student Assessment) พบว่านักเรียนไทยได้คะแนนในวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 415 ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติที่มีคะแนนเฉลี่ย 490 คะแนน และยังพบว่าแนวโน้มของคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย มีแนวโน้มลดลงเรื่อย ๆ สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไทยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน จากเหตุดังกล่าว การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ จึงเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญประการหนึ่งของการศึกษาไทย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง กระแสการปฏิรูปการศึกษาในปัจจุบัน การจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์มีความหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ได้ดีที่สุด (อัมพร ม้าคนอง, 2554)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์นั้น จะต้องคำนึงถึงผู้เรียนเป็นสำคัญ ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาด้านความรู้ ทักษะ กระบวนการ คุณธรรมจริยธรรม และค่านิยม อีกทั้งการจัดการเนื้อหาและกิจกรรมต้องคำนึงถึงความสอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน ความยากง่าย ความต่อเนื่อง และลำดับของเนื้อหา ความแตกต่างระหว่างบุคคล ตลอดจนวุฒิภาวะของผู้เรียน (สิริพร ทิพย์คง, 2545) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ครูส่วนใหญ่มุ่งเน้นที่เนื้อหาขีดแบบเรียนเป็นหลัก ไม่ได้ให้ความสนใจในการส่งเสริมด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความคงทน ในการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถจำในสิ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้วกลับไปใช้ได้ ในภายหลัง สอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2554) ที่กล่าวว่าโดยทั่วไปผู้สอนมักคุ้นเคยกับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังเนื้อหาคณิตศาสตร์ คือ สอนเนื้อหาเป็นความรู้ก่อนแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือโจทย์ปัญหาเพื่อพิสูจน์ความรู้ ซึ่งจากการทำกิจกรรมดังกล่าวอาจจะพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้แต่ไม่มากนัก ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้

ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวคิดทฤษฎี แวนฮิลี มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนในงานวิจัยครั้งนี้ โดยนักคณิตศาสตร์สองสามีภรรยาชาวเนเธอร์แลนด์ คือ Pierry Marie van Hiele และ Dina van Hiele – Geldof (Mary 1990) ซึ่งเป็นอาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีปัญหาด้านการเรียนเรขาคณิต ซึ่งได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียน และได้กำหนดการคิดเชิงเรขาคณิตไว้ 5 ระดับระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization or Recognition) ระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณนารูปลักษณะ (Analysis or Description) ระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal education or Ordering)

ระดับที่ 4 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction) และระดับที่ 5 การเป็นนามธรรม (Rigor) ส่วนภรรยา Dina van Hiele-Geldof ได้ ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิต โดยกำหนดขั้นตอนการสอนไว้ 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นการรับข้อมูล (Information or Inquiry) ขั้นที่ 2 การแนะนำสิ่งใหม่ (Directed orientation) ขั้นที่ 3 ขั้นการอธิบาย (Explication) ขั้นที่ 4 ขั้นการกำหนดทิศทางอย่างมีอิสระ (Free orientation) และขั้นที่ 5 ขั้นบูรณาการ (Integration) ทั้งสองพบว่า นักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนเรขาคณิตนั้น มีพื้นฐานมาจากความไม่สอดคล้องกันระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนเอง (Van Hiele, 1999) และผลจากการศึกษา งานวิจัยที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบของ van Hiele ของ อนุพงษ์ สุขเกษม(2566) ผลการประยุกต์ใช้แนวคิดการจัดการเรียนรู้ของ Van Hiele ร่วมกับการจัดการเรียนรู้รูปแบบจิ๊กซอว์ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรและความสุขในการเรียนรู้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าการประยุกต์ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบจิ๊กซอว์ทำให้ระดับการคิดเชิงเรขาคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนมีคะแนนหลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสุขในการเรียนรู้ของนักเรียนอยู่ในระดับมาก

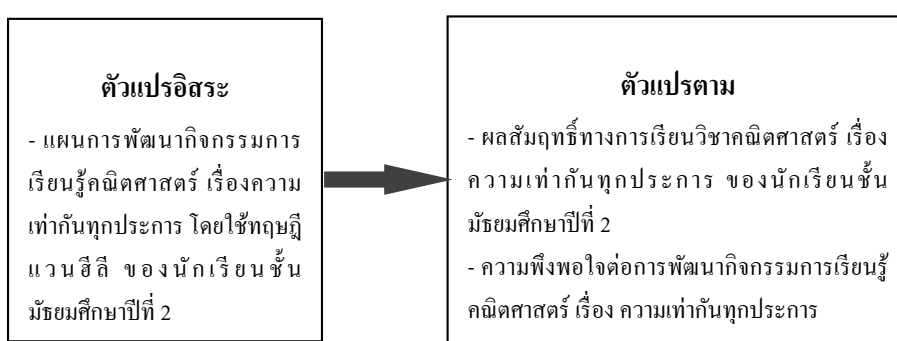
กิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบของแวนฮีลี หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ ซึ่งมี 5 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นที่ 1 การรับข้อมูล (Information หรือ Inquiry) ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะมีการสนทนากันเกี่ยวกับกิจกรรมที่กำลังศึกษานักเรียนจะมีการสังเกต การตั้งคำถาม การตีความ ขั้นที่ 2 การแนะนำสิ่งใหม่ (Directed orientation) นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในขั้นตอนที่ 1 นักเรียนจะมีการพูดคุยพร้อมก็นำสิ่งที่สำรวจได้ในแต่ละอันมาสร้างความเข้าใจเชิงเรขาคณิต ขั้นที่ 3 การอธิบาย (Explication) นักเรียนจะมีการอธิบายผลการกระทำที่ได้จากขั้นที่ 2 ครูสามารถที่จะบอกคำเฉพาะที่ใช้กับการอธิบายของนักเรียน ขั้นที่ 4 การกำหนดทิศทางอย่างอิสระ (Free orientation) นักเรียนทำกิจกรรมที่ต้องใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน นักเรียนจะใช้ความสามารถและประสบการณ์เดิมช่วยในการแก้ปัญหาและกิจกรรมนั้นต้องเป็นกิจกรรมที่จินตนาการให้เกิดผลตามนั้น ขั้นที่ 5 การบูรณาการ (Integration) เป็นการทบทวนอภิปรายและสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ โดยการเชื่อมโยงแต่ละส่วนที่ได้จากการเรียนรู้ สำหรับการพัฒนาสติปัญญาของผู้เรียนพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตและระดับการคิดทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอน ตามลำดับขั้นของแวนฮีลี มีผลสัมฤทธิ์ที่สูงขึ้น

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยเป็นผู้ศึกษาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จึงได้นำการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮีลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยคาดหวังว่าหลังจากที่นักเรียนได้ผ่านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮีลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แล้ว จะช่วยพัฒนาเสริมสร้างให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ และทำงานอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ประสบความสำเร็จในการเรียน ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะในการแสวงหาความรู้ และเกิดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ และส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และดียิ่งขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อพัฒนาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎี แวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎี แวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างหลังเรียน และก่อนเรียน
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจต่อการพัฒนาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎี แวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กรอบแนวคิด



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย ผู้วิจัยได้ใช้แนวคิด ทฤษฎีแวนฮิลี (Van Hiele,1986)

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental research) ได้กำหนดขั้นตอนการดำเนินการวิจัยที่มุ่งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎี แวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีรายละเอียดและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย ดังต่อไปนี้

การกำหนดประชากรและตัวอย่างในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ที่เรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/5 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 30 คน ที่เรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยเครื่องมือ 3 ชนิด ได้แก่

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
3. แบบวัดความพึงพอใจต่อการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นมาตราส่วนประมาณค่า (rating scale) ที่มี 5 ระดับ จำนวน 10 ข้อ โดยมีรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือแต่ละเครื่องมือ ดังต่อไปนี้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ศึกษาและวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้คุณภาพผู้เรียน และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขียนแผนการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 7 แผน เวลาเรียนแผนละ 2 ชั่วโมง ดังนี้

1. ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิตและรูปสามเหลี่ยม
2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน
3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม
4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน
5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน
6. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน
7. การนำไปใช้

นำแผนการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เสนอต่อครูผู้สอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ ด้านการสอนคณิตศาสตร์ ด้านหลักสูตรและการสอน และด้านการวัดผลประเมินผล จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมความสอดคล้อง และความเป็นไปได้ระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน และการวัดผลประเมินผล โดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาถึงความเห็นและให้คะแนน หลังจากนั้นปรับปรุงแก้ไขการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ และนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างของการวิจัย โดยกำหนดการทดลองเดี่ยว จำนวนนักเรียน 3 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่เรียนเก่งจำนวน 1 คน ปานกลางจำนวน 1 คน และอ่อนจำนวน 1 คน เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 จากนั้นปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปทดลองกลุ่มจำนวนนักเรียน 9 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่เรียนเก่งจำนวน 3 คน ปานกลางจำนวน 3 คน และอ่อนจำนวน 3 คน เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลา สื่อการเรียนการสอน เนื้อหาและกิจกรรม แล้วนำข้อบกพร่องจากการทดลองมาใช้ปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำไปทดลองสนาม เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ตามที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ให้เป็น E1/E2 โดย E1 คือ การทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อย 1-7 และ E2 คือ การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดำเนินการสอนตามแผน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ระดับ 0 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry / Information)

ครูจะให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ผ่านการสนทนากันระหว่างครูกับนักเรียน โดยครูจะใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ และเพื่อทบทวนบทเรียนที่ผ่านมามาว่า นักเรียนมีความเข้าใจเพียงใด โดยการถามเพื่อให้นักเรียนยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับบทเรียนใหม่ที่จะสอน

ขั้นที่ 2 ระดับ 1 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed or Guided Orientation)

ครูจะให้นักเรียนสำรวจเกี่ยวกับหัวข้อที่จะเรียน ผ่านสื่อหรือสถานการณ์ที่ครูจัดเตรียมไว้อย่างเป็นขั้นตอน จนนักเรียนสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเบื้องต้น

ขั้นที่ 3 ระดับ 2 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explanation or Explication)

ครูจะส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายจากสิ่งที่ได้พบ จากการสังเกต การสำรวจ และการคิดเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 โดยครูใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน โดยใช้ภาษาของนักเรียนเอง รับฟังความคิดเห็นจากเพื่อน ๆ และตรวจสอบว่าสิ่งที่นักเรียนคิดนั้นถูกต้องเพียงใด เช่น การใช้กิจกรรมกลุ่ม การจับคู่ เป็นต้น โดยครูจะคอยช่วยให้นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์และสาระสำคัญ

ขั้นที่ 4 ระดับ 3 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)

ครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีอิสระในการคิดมากขึ้น โดยนักเรียนจะได้เรียนรู้ผ่านโจทย์หรือแบบฝึกหัดที่ซับซ้อนขึ้น ซึ่งโจทย์หรือแบบฝึกหัดนั้นอาจมีวิธีทำที่หลากหลาย และนักเรียนต้องใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นฐานในการคิด ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และนักเรียน จะได้ทำงานที่มีวิธีทำที่หลากหลาย

ขั้นที่ 5 ระดับ 4 การสรุปรวม (Integration)

ในขั้นนี้ผู้สอนจะกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาทั้งหมดในคาบนี้

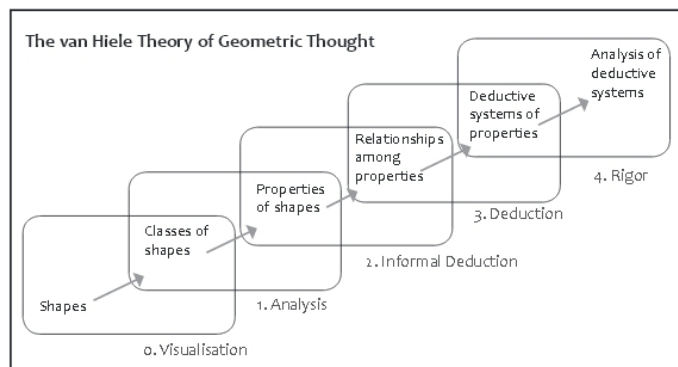


Figure 1: The Van Hiele theory of geometric thought (Van de Walle 2004:347)

ภาพที่ 2 ระดับการปฏิบัติการ (Van de Walle, 2004)

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างหลังเรียนและก่อนเรียนชุดเดียวกัน เป็นแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ สืบจากเอกสาร ตำราเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการศึกษา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องหลังจาก

นั้น สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ มีลักษณะเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องความเท่ากันทุกประการ นำแบบทดสอบทางการเรียนที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ ด้านหลักสูตรและการสอน ด้านการวัดผลประเมินผล จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความสอดคล้องระหว่างข้อสอบ จุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาโดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเห็น นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ได้ไปทดลองใช้กับนักเรียนที่เคยเรียนเนื้อหาเรื่องความเท่ากันทุกประการ มาแล้ว จำนวน 40 คน โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนชุดเดียวกัน จากนั้นนำผลการทดสอบไปหาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ จากนั้นคัดเลือกข้อสอบให้เหลือ 20 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.80 มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.26-0.79 มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.26-0.78 จากนั้นนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบวัดความพึงพอใจต่อการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้

ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ จากตำราเกี่ยวกับแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ และเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้สร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียน ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ที่มีคะแนน 5 ระดับ คือน้อยที่สุด น้อย ปานกลาง มาก มากที่สุด จำนวน 10 ข้อ แล้วนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและสอดคล้องต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจไปปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำมาหาค่าความเที่ยงตรง (Index of item objective congruence: IOC) โดยมีค่าอยู่ระหว่าง 0.67-1.00 และมีค่าความเชื่อมั่น 0.89 แล้วนำมาเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตัวเองโดยนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลลี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวชิรธรรมสาริต ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และวัดความพึงพอใจจากแบบสอบถามที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลอง โดยนำผลการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลลี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวชิรธรรมสาริต หลังเรียนและก่อนเรียนมาคำนวณ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต(M) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(SD) สถิติ การทดสอบ Dependent t-test และนำผลจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวชิรธรรมสาริต โดยใช้เทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน มาคำนวณ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต(M) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(SD) ตามลำดับ

ผลการวิจัย

1. ผลการหาประสิทธิภาพของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 พบว่ามีนักเรียนที่ได้คะแนนจากการร่วมกิจกรรม ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีคะแนนมากกว่าร้อยละ 80 ของเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ซึ่งมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ดังแสดงผลในตารางที่ 1 ตารางที่ 2 ตารางที่ 3 และตารางที่ 4 ตามลำดับ

ตารางที่ 1 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การหาประสิทธิภาพกิจกรรมการเรียนรู้	E ₁	E ₂	E ₁ /E ₂
การหาประสิทธิภาพแบบเดี่ยว	60.84	60.29	60.84/60.29
การหาประสิทธิภาพแบบกลุ่ม	72.71	71.02	72.71/71.02
การหาประสิทธิภาพแบบสนาม	85.98	84.06	85.98/84.06

ตารางที่ 2 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบเดี่ยว (จำนวนนักเรียน 3 คน)

คะแนน	n	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ
แบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	3	60	36.50	60.84
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน	3	20	12.06	60.29
$E_1/E_2=60.84/60.29$				

ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบกลุ่ม (จำนวนนักเรียน 9 คน)

คะแนน	n	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ
แบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	9	60	43.63	72.71
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน	9	20	14.20	71.02
$E_1/E_2=72.71/71.02$				

ตารางที่ 4 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบสนาม (จำนวนนักเรียน 30 คน)

คะแนน	n	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ
แบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	30	60	51.58	85.98
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียน	30	20	16.81	84.06
$E_1 / E_2 = 85.98 / 84.06$				

2. คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนมีค่าเท่ากับ 8.70 คะแนน คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนมีค่าเท่ากับ 17.42 คะแนน คะแนนเต็ม 20 คะแนน เมื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนและก่อนเรียน โดยใช้สถิติทดสอบแบบ dependent t-test พบว่าคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนมีค่าสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังแสดงผลในตารางที่ 5

ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างหลังเรียนและก่อนเรียน

กลุ่มทดลอง	n	M	SD	t	df	Sig.
ก่อนเรียน	30	8.70	0.024	11.18	29	0.00
หลังเรียน	30	17.42	0.327			

มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ระดับความพึงพอใจต่อการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก มีค่าเฉลี่ย 4.89 เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อพบว่าข้อที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด คือ การได้ลงมือปฏิบัติและค้นหาความรู้เพิ่มเติมระหว่างเรียน มีค่าเฉลี่ย 5.00

อภิปรายผล

จากผลการวิจัยการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยอภิปรายผลจากการค้นพบในการวิจัยดังนี้

1. จากการวิเคราะห์ประสิทธิภาพแผนการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นไปตามเกณฑ์ประสิทธิภาพ 80/80 ที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ตั้งแต่เริ่มแรกก่อนการวิจัย ผลที่เกิดขึ้นอาจเนื่องมาจากชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้นยึดหลักผู้เรียนเป็นสำคัญทุกขั้นตอนเป็นไปตามแนวคิดของกระทรวงศึกษาธิการ (2560) ที่กล่าวว่า ผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ โดยการจัดวิธีการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนแต่ละคนให้

สามารถพัฒนาตนเองได้ ลงมือศึกษาค้นคว้าและปฏิบัติงานเพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเอง ครูเป็นผู้สนับสนุน จัดสถานการณ์ให้เอื้อต่อการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2554) ที่กล่าวว่า หลักการสอน คณิตศาสตร์ที่สำคัญ คือ สอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากการคิด และมีส่วนร่วมในการทำ กิจกรรมกับผู้อื่น โดยอาจใช้คำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นร่วมกันอภิปรายเพื่อให้นำไปสู่ข้อสรุป ต้อง คำนึงถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียน สอนให้นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสุข สนุกสนาน อีกทั้งสังเกตและประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนขณะเรียนในห้องเรียนด้วยการใช้คำถามหรือการ พุดคุย ซึ่ง ชัยขงศ์ พรหมวงส์ (2556) กล่าวว่า การผลิตสื่อหรือชุดกิจกรรมการสอนนั้น ก่อนนำไปใช้จริงจะต้องนำ สื่อหรือชุดการสอนไปทดสอบประสิทธิภาพ เพื่อคว่าสื่อหรือชุดกิจกรรมการสอนทำให้ผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้น หรือ ไม่มีประสิทธิภาพในการช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพเพียงใด มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์หรือไม่ และผู้เรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนจากสื่อหรือชุดการสอนในระดับใด นั้น ผู้ผลิตสื่อหรือชุดกิจกรรมการสอนจำเป็นจะต้องนำสื่อหรือชุดกิจกรรมการสอนไปหาคุณภาพ เรียกว่าการ ทดสอบประสิทธิภาพ การหาประสิทธิภาพของการใช้งานโดยครอบคลุม (1) ความหมายของการทดสอบ ประสิทธิภาพ (2) ความจำเป็นที่จะต้องหาประสิทธิภาพ (3) การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ (4) วิธีการคำนวณหา ประสิทธิภาพของการใช้งาน (5) ขั้นตอนการทดลองหาประสิทธิภาพของการใช้งาน และ (6) เกณฑ์ประสิทธิภาพ ของการใช้งาน เนื่องจากผู้วิจัยได้มีการนำสื่อ และชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทดลองใช้กับกลุ่ม ทดลองที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ จากนั้นผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีความ สอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์ที่ตั้งไว้มากขึ้นจนทำให้สื่อมีค่าประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้แล้วนำไป ทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการดังกล่าวตามขั้นตอนและตามหลักการของการ สร้าง หรือ ผลิตชุดกิจกรรมการเรียนรู้ จึงทำให้การพัฒนากระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุก ประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

2. จากการวิจัยครั้งนี้พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน แสดงถึงการจัดการเรียนรู้ ด้วยชุดกิจกรรมตามแนวคิดทฤษฎีแวนฮิลี สามารถส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ กล่าวคือ เป็นขั้นกระบวนการคิดในการเรียนเรขาคณิตโดยเริ่มจากง่ายไปหายาก โดยเริ่มจากการทบทวนการแปลง ทางเลขาคณิตให้กับนักเรียนก่อน แล้วจึงค่อยนำการแปลงทางเลขาคณิตไปใช้พิสูจน์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งในระหว่างการเรียนการสอน ผู้สอนได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น ซักถาม และมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนควบคู่ไปพร้อมกัน และให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกันเป็นคู่และเป็นกลุ่ม ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกันและกัน มีการให้นักเรียนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนพร้อม อธิบายให้เพื่อนร่วมชั้นฟัง เป็นการให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมกล้าแสดงออก มีความกระตือรือร้น สนใจที่จะเรียน ในเนื้อหาต่อไป ทำให้ผู้เรียนสามารถค้นพบคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนของ Wison (1971) ที่กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์คือผลสำเร็จของการเรียนรู้ในวิชา คณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นลักษณะความสามารถนั่นเอง ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจกับการแก้ปัญหา จากสถานการณ์จริงที่เผชิญอยู่ได้อย่างยาวนานในการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แผนการพัฒนากระบวนการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ซึ่งสอดคล้องกับหลักการประเมินสมรรถนะผู้เรียนของ PISA ซึ่งได้มีการประเมินด้านความฉลาดรู้ 3 ด้าน ได้แก่ ความฉลาดรู้ด้านการอ่าน ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ความฉลาดรู้ด้านวิทยาศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้ความสามารถที่ได้เรียนมาไปแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพมากกว่าการแก้โจทย์ปัญหาตามหลักสูตรที่โรงเรียนกำหนดไว้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮีลี มาใช้ในการเรียนการสอน เรื่องความเท่ากันทุกประการ ตามลำดับขั้นตอน โดย Piery Marie van Hiele ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิตไว้ 5 ระดับ ระดับที่ 1 การรับรู้จากการมองเห็น (Visualization or Recognition) ระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณนาอุปถัมภ์ (Analysis or Description) ระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน หรือ การจัดลำดับความสัมพันธ์ (Informal education or Ordering) ระดับที่ 4 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal deduction) และระดับที่ 5 การเป็นนามธรรม (Rigor) (Van de Walle, 2004) และ Dina van Hiele - Geldof ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนเพื่อพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิต โดยกำหนดขั้นตอนการสอนไว้ 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นการรับข้อมูล (Information or Inquiry) ขั้นที่ 2 การแนะนำสิ่งใหม่ (Directed orientation) ขั้นที่ 3 ขั้นการอธิบาย (Explication) ขั้นที่ 4 ขั้นการกำหนดทิศทางอย่างมีอิสระ (Free orientation) และขั้นที่ 5 ขั้นบูรณาการ (Integration) ซึ่งได้นำเสนอแนวคิดนี้ในหนังสือ Structure and Insight ลักษณะเด่นของรูปแบบการสอนของ van Hiele คือ นักเรียนต้องผ่านกระบวนการเรียนรู้ที่ละขั้นจากสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็น จนไปสู่การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน van Hiele เชื่อว่า การที่นักเรียนจะเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้นั้น ต้องอาศัยการคิดในระดับขั้นสูง นักเรียนที่มีการคิดในระดับต่ำต้องมีประสบการณ์ในการคิดที่มากพอก่อนที่จะเรียนรู้ความตรรกะของเรขาคณิตที่เป็นแบบแผน โดยไม่ขึ้นกับระดับอายุของนักเรียน (Van Hiele, 1986) โดยที่ลำดับขั้นตอนของทฤษฎี แวนฮีลี มีกระบวนการคิด จากง่ายไปหายาก ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดอย่างเป็นระบบตามลำดับขั้นตอน จึงช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนพัฒนาสูงขึ้นตามลำดับ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จากการทดสอบหลังเรียนในเรื่อง ความเท่ากันทุกประการมีคะแนนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เนื่องจากก่อนเรียนนักเรียนยังไม่เคยเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ จากสถานการณ์ในชีวิตจริงดังกล่าวนี้มาก่อน

3. จากการวัดความพึงพอใจต่อการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮีลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยภาพรวมอยู่ในระดับมากที่สุด 4.89 เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อพบว่าข้อที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดคือ กิจกรรมสอดคล้องกับเนื้อหาและการจัดการเรียนเป็นไปตามขั้นตอนจากง่ายไปหายากโดยใช้ทฤษฎีแวนฮีลี มีค่าเฉลี่ย 5.00 ซึ่งเป็นดัง Bumer (1993) ที่เสนอแนะว่าให้คำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนในแง่ของการจัดประสบการณ์ของการเรียนให้มีลำดับความหมายและความพันกันอย่างเหมาะสม และข้อที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุด คือนักเรียนสามารถเรียนรู้เข้าใจด้วยตนเองมากขึ้นจากการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ทฤษฎี แวนฮีลี มีค่าเฉลี่ย 4.72 จากการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนมีความสนใจกระตือรือร้นในการถามตอบกับครูผู้สอนและนักเรียนได้เรียนรู้กับเพื่อนๆ ในห้องเรียนอย่างมีอิสระ ทำให้นักเรียนมีความสุขสนุกสนานในการเรียนรู้จากกิจกรรมที่ครูผู้สอนจัดให้กับนักเรียนตลอดจนครูได้เสริมแรงด้วยการมอบรางวัลให้แก่ นักเรียนเพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนอยากที่จะเรียนรู้มากขึ้นอันเนื่องมาจากการที่เขาได้รับรางวัลตอบแทนจากการทำดี ส่งผลให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีเสริมแรงของ Skinner (1953) ดังที่ว่า การเสริมแรงทางบวกเป็นการให้สิ่งตอบแทนในสิ่งที่บุคคลอยากได้ เช่น มอบรางวัล คำยกย่องชมเชย สิ่งของ เป็นต้น

เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจที่จะอยากเรียนรู้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู และปรับเปลี่ยนพฤติกรรมใหม่ไปสู่พฤติกรรมอันพึงประสงค์ของผู้เรียน จึงส่งผลให้นักเรียนมีความพึงพอใจต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งนี้ ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีความพึงพอใจต่อการเรียน เพราะว่ามีมนุษย์ต้องการได้รับการยกย่องจึงจะส่งผลให้ประสบผลสำเร็จดังที่ Maslow (1970) ได้กล่าวว่าความต้องการของมนุษย์คือความต้องการที่ได้รับการยกย่อง ความต้องการที่จะได้รับความสำเร็จในชีวิต นอกจากนี้ครูผู้สอนยังคอยชี้แนะแนวทางและกระตุ้นการตอบคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถค้นพบคำตอบด้วยตนเองในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ทฤษฎี แวนฮิลี เพื่อเพื่อหาคำตอบ ทำให้นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์คำตอบได้ง่ายขึ้นเพราะทฤษฎี แวนฮิลี มีลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายากเป็นตัวช่วยที่เอื้อต่อการตีความและวิเคราะห์รายละเอียด อีกทั้งผู้วิจัยยังได้เน้นเนื้อหาที่มุ่งเน้นกับการใช้ในชีวิจริง จึงทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้นและรู้สึกว่าการคิดศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวของนักเรียนเอง จึงทำให้นักเรียนมีความสุขสนุกสนานต่อการเรียนและร่วมกันแก้ปัญหาที่ครูผู้สอนในชั้นเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ งานวิจัยของ อนุพงศ์ สุขเกษม (2566) ผลการประยุกต์ใช้แนวคิดการจัดการเรียนรู้รูปของ Van Hiele ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบจิ๊กซอว์ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรและความสุขในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าการใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele ร่วมกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบจิ๊กซอว์ทำให้นักเรียนมีความสุขในการเรียนรู้ของนักเรียนอยู่ในระดับมากและ อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม (2561) มีการใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Van Hiele มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ส่งผลให้ผู้เรียนมีความพึงพอใจในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูในระดับมากขึ้นไป

4. จากการอภิปรายผลการวิจัยทั้ง 3 ข้อที่กล่าวมาแล้วนั้นทำให้การวิจัยการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ทฤษฎี แวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวชิรธรรมสาริต มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 80/80 นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีความพึงพอใจโดยภาพรวมอยู่ในระดับมากที่สุด 4.89 เนื่องจากผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแผนการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภายใต้เนื้อหาสาระวัตถุประสงค์การเรียนรู้ที่ครอบคลุมทุกขั้นตอน ซึ่งในแผนการสอนมีความชัดเจนทุกขั้นตอน และคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลที่มาจากสภาพแวดล้อมที่ต่างกันทำให้การเรียนรู้และการค้นหาคำตอบของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกันออกไป ทั้งนี้ผู้วิจัยยังได้เน้นการแก้โจทย์ปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ใกล้ตัวของนักเรียนและสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์ได้จริงกับชีวิตประจำวัน ผู้วิจัยจึงได้นำแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮิลี และนำมาใช้ในการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนในงานวิจัยครั้งนี้ มาเป็นแนวทางในการสร้างแผนการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จึงส่งผลให้ผู้วิจัยประสบผลสำเร็จในการวิจัยครั้งนี้

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการศึกษาไปใช้

1. ในกรณีที่พบว่านักเรียนไม่เกิดองค์ความรู้จากการเรียน และเข้าใจขั้นตอนการดำเนินการตามแผนผังแวนฮิลี ได้ไม่ดีพอที่จะนำมาเขียนแต่ละประเด็นลงในแผนผังแวนฮิลี ที่ครูเตรียมไว้ให้ ครูผู้สอนควรให้

การช่วยเหลือส่งเสริมสนับสนุนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ อาจเริ่มต้นจากครูผู้สอนต้องตั้งคำถาม หรือ ยกตัวอย่างโจทย์เริ่มจากง่ายไปหายาก ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการสร้างองค์ความรู้ เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่ครูผู้สอน ต้องดูแลเอาใจใส่เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถเข้าใจตรงตามจุดประสงค์

2. ครูผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนอย่างเป็นอิสระใน ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียน และนักเรียนทุกคนต้องได้มีส่วนร่วมกิจกรรม เช่น เปิดโอกาสให้ถาม อภิปราย เสนอแนะ ข้อคิดเห็น ตลอดจนการนำเสนอแนวทางการหาคำตอบในชั้นเรียน ทั้งนี้ต้องไม่ละเมิดสิทธิของ นักเรียนคนอื่นด้วย

3. การตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยอย่างสม่ำเสมอ และให้ข้อมูลป้อนกลับนักเรียนอย่างรวดเร็ว ทำให้ครูทราบถึงความก้าวหน้ารวมไปถึงการเสริมแรงด้านบวก แม้ว่านักเรียนจะทำผิดหรือตอบคำถาม ผิด ผู้สอนต้องคอยให้กำลังใจเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ของตนเองได้

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ทฤษฎีแวนฮีลี ไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนากิจกรรมการ เรียนรู้ เพื่อส่งผลให้นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการให้เหตุผล หรือทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2. ควรศึกษาผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ทฤษฎีแวนฮีลี ความสามารถทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มปกติเปรียบเทียบกับนักเรียนกลุ่มอ่อน ว่าสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา หรือ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ ได้ไม่แตกต่างกัน

3. ผู้สอนควรนำรูปแบบการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ ทฤษฎีแวนฮีลี ไปใช้ในการเรียนการสอน อย่างต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และ ส่งผลให้นักเรียนนำไปใช้ในชีวิตประจำวันของนักเรียนได้

รายการอ้างอิง

- กมลทิพย์ สมบัติธีระ และคณะ. (2556). การพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ van Hiele โดยใช้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการเรียนรู้เรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติและปริมาตรของทรง สี่เหลี่ยมมุมฉาก ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. (วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและ วิธีการสอน). บัณฑิตวิทยาลัย: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2561). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560). สืบค้นเมื่อ 10 ธันวาคม 2566. เข้าถึงได้จาก [http://opec.go.th/ckfinder/userfiles/files/general/123\(2\).pdf](http://opec.go.th/ckfinder/userfiles/files/general/123(2).pdf).
- ชัยงค์ พรหมวงศ์. (2556). การทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน. *วารสารศิลปการศึกษาศาสตร์*. 5(1), 7-20.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2546). เทคโนโลยีการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักส่งเสริมฝึกอบรม.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์หลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน*. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. พัฒนาคุณภาพวิชาการ(พว).
- อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม. (2561). การใช้รูปแบบ Van Hiele ในการพัฒนาการเรียนการสอนการพิสูจน์ทาง เรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. *วารสารเกษตรศาสตร์ สาขาสังคมศาสตร์*. 39(1), 634-644.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาการเพื่อพัฒนา*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อนุพงศ์ สุขเกษม. (2566). ผลการประยุกต์ใช้แนวคิดการจัดการเรียนรู้รูปของ Van Hiele ร่วมกับการจัดการเรียนรู้ แบบจิ๊กซอว์ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรและความสุขในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. *วารสารครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครพนม*. 4(3), 1-14.
- Bruner, J. S. (1993). *Explaining and Interpreting: Two ways of using mind*. In G. Harman (Ed.), *Conceptions of the human mind: Essays in honor of George A. Miller*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Mary, M. E. (1990). *Application of van Hiele model in elementary teacher understanding of geometric concepts and improving their attitudes toward teaching geometry*. South Florida Dissertation of University of South Florida.
- Maslow, A. (1970). *Motivation and personality*. New York: Harper and Row.
- Skinner, BF. (1953). *Science and Human Behavior*. New York: The Free Press.
- Van de Walle, J.A. (2004). *Elementary school mathematics: Teaching developmentally. Fourth edition*. New York: Longman.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.
- Van Hiele, P.M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*. 50(3), 310-316.
- Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics*. In Handbook on Formative and Summative evaluation of Student Learning. Edited by Benjamin S. Bloom. U.S.A.: Mc. Graw-Hill.

