

กรอบแนวคิดของการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งโดยโดเมนความถี่ จากภาพความละเอียดต่ำที่มีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing)¹: ภาคทฤษฎี

CONCEPTUAL FRAMEWORK OF SUPER RESOLUTION RECONSTRUCTION BASED ON FREQUENCY DOMAIN FROM ALIASED MULTI-LOW RESOLUTION IMAGES¹: THEORY PART

วรพจน์ พัฒนวิจิตร

Vorapoj Patanavijit

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยอัสสัมชัญ

Faculty of Engineering, Assumption University

บทคัดย่อ

อัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่ง (Super-Resolution) คือ การสร้างภาพความละเอียดสูงจากชุดของภาพความละเอียดต่ำ แต่ถ้าภาพความละเอียดต่ำดังกล่าวมีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) (เกิดขึ้นจากกระบวนการบันทึกข้อมูลด้วยอัตราความถี่ต่ำเกินไป) แล้วประสิทธิภาพของอัลกอริทึมแบบนี้จะลดลง (หรือภาพความละเอียดสูงที่สร้างขึ้นได้จะมีความผิดเพี้ยนสูง) ดังนั้นบทความนี้จะศึกษาและอธิบายรายละเอียดของเทคนิคกระบวนการลงทะเบียน (Registration) แบบเชิงความถี่โดยจะใช้เฉพาะข้อมูลความถี่ต่ำของภาพเท่านั้น เนื่องจากข้อมูลความถี่ต่ำจะไม่ถูกรบกวนด้วยปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) แล้วจึงนำข้อมูลของภาพ (อย่างเช่น ระยะในแนวนอน, ระยะในแนวตั้ง หรือมุมระหว่างภาพ) ซึ่งคำนวณได้จากกระบวนการลงทะเบียน (Registration) ไปใช้ในการปรับภาพความละเอียดต่ำ (ซึ่งมีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing)) เพื่อใช้สำหรับการสร้างภาพความละเอียดสูงในขั้นตอนต่อไป และขั้นตอนการสร้างภาพที่ใช้ในการทดลอง คือ การสร้างภาพความละเอียดสูงด้วยการประมาณค่าในช่วงแบบคิวบิก (Cubic Interpolation)

คำสำคัญ: การสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่ง กระบวนการลงทะเบียน (Registration) เชิงความถี่

Corresponding Author

E-mail: Patanavijit@yahoo.com

¹ The Portions of this research work were presented at The 34th Electrical Engineering Conference (EECON-34), Ambassador City Jomtien Hotel, Pataya, Chonburi, Thailand, Dec. 2011. as “The Empirical Performance Study of a Super Resolution Reconstruction Based on Frequency Domain from Aliased Multi-Low Resolution Images” (Patanavijit, 2011)

Abstract

In general, the Super Resolution Reconstruction (SRR) algorithm is the high resolution reconstruction method from the number of Low-Resolution (LR) images. If the LR images are improperly sampled then the aliasing problem is raised and the performance of SRR algorithm is usually decreased. Consequently, this paper studies and explains the conceptual framework of SRR Based on frequency domain from multi aliased LR images. This paper introduces the frequency domain registration process for applying only low frequency part of aliased multi LR images in order to reduce the aliasing impact. Finally, the reconstruction process is based on non-uniform cubic interpolation.

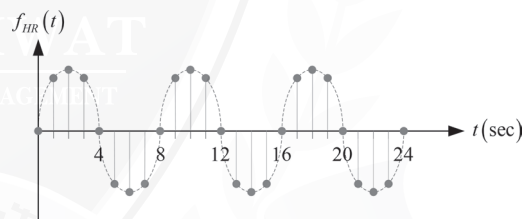
Keywords: Super Resolution Reconstruction, Frequency Domain Registration, Aliasing

บทนำ

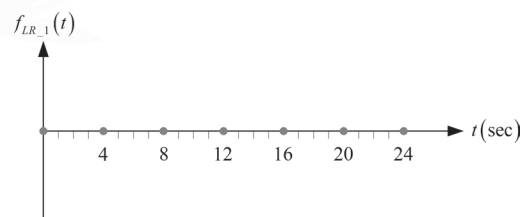
เนื่องจากกล้องถ่ายภาพแบบดิจิทัลโดยทั่วไปแล้วจะมีความละเอียดของภาพที่บันทึกได้จำกัด แต่กล้องถ่ายภาพแบบดิจิทัลจะสามารถบันทึกภาพได้หลายภาพต่อเนื่องกันได้ ดังนั้นเราจะสามารถสร้างภาพความละเอียดสูงโดยใช้หลักการทิมมิงการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งได้ (Tsai & Huang, 1984)

หลักการของการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่ง (Kang & Chaudhuri, 2003; Ng & Bose, 2003; Park, Park & Kang, 2003) คือ การนำข้อมูลของภาพความละเอียดต่ำในแต่ละภาพมารวมกันเพื่อนำไปสร้างภาพความละเอียดสูง โดยภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพอาจจะมีลักษณะที่แตกต่างจากภาพความละเอียดสูงต้นแบบ อย่างเช่นชุดของภาพความละเอียดต่ำที่ถูกบันทึกขณะที่กล้องกำลังเคลื่อนที่ เป็นต้น รายละเอียดของขั้นตอนการสร้างภาพความละเอียดสูงแสดงได้ดังตัวอย่างที่ 1 (สำหรับสัญญาณ 1 มิติ) การสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้งานหลายด้าน อย่างเช่นการประมวลผลภาพถ่ายทางด้านอาชญากรรม การปรับปรุงคุณภาพของภาพถ่ายดาวเทียม (Gou et al., 2014) และภาพถ่ายทางการแพทย์ (Christensen-Jeffries et al., 2015) หรือการเพิ่มคุณภาพของสัญญาณวิดีโอ (Quevedo et al., 2014) เป็นต้น

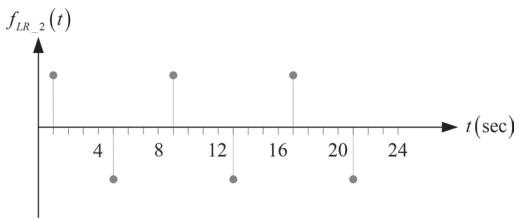
ตัวอย่างของแนวคิดการสร้างสัญญาณความละเอียดสูงจากสัญญาณที่บันทึกได้ (Patanavijit, 2016) เมื่อกำหนดให้สัญญาณความละเอียดสูงต้นแบบมีความถี่สูงสุดเป็น 0.125 Hz หรือ $f_{MAX} = 0.125 \text{ Hz}$ ดังแสดงในภาพที่ 1.1



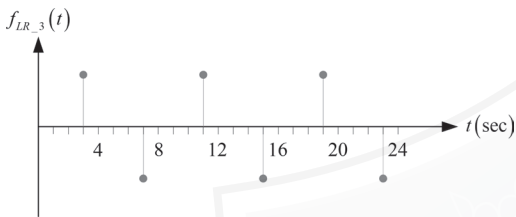
ภาพที่ 1.1 สัญญาณความละเอียดสูงต้นแบบมีความถี่สูงสุดเป็น 0.125 Hz



ภาพที่ 1.2 สัญญาณความละเอียดต่ำชุดที่ 1



ภาพที่ 1.3 สัญญาณความละเอียดต่ำชุดที่ 2



ภาพที่ 1.4 สัญญาณความละเอียดต่ำชุดที่ 3

และสัญญาณความละเอียดต่ำที่บันทึกได้โดยมีความถี่ในการสุ่มข้อมูลสูงสุดเป็น $f_S = 0.25$ Hz และมีจำนวน 3 สัญญาณ โดยแต่ละสัญญาณจะมีเฟสแตกต่างกันไป ดังแสดงในภาพที่ 1.2, 1.3 และ 1.4 ตามลำดับแนวคิดการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่ง จะแบ่งเป็นสองขั้นตอนดังต่อไปนี้

กระบวนการลงทะเบียน (Registration) คือ ขั้นตอนแรกในการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่ง (SR) โดยกระบวนการนี้คือการนำสัญญาณที่บันทึกได้ทุกตัวมาจัดเรียงตำแหน่งให้ถูกต้องซึ่งสามารถทำได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.1 กำหนดสัญญาณที่บันทึกจำนวน 1 สัญญาณจากสัญญาณที่บันทึกได้ทั้งหมดให้เป็นสัญญาณอ้างอิง (Reference) โดยในกรณีนี้เราอาจจะกำหนดให้สัญญาณ $f_{LR_1}(t)$, $f_{LR_2}(t)$ หรือ $f_{LR_3}(t)$ เป็นสัญญาณอ้างอิงก็ได้ ดังนั้นถ้าเราเลือกสัญญาณ $f_{LR_1}(t)$ เป็นสัญญาณอ้างอิง

1.2 คำนวณระยะห่างระหว่างสัญญาณความละเอียดต่ำทั้งหมดกับสัญญาณอ้างอิง $f_{LR_2}(t)$ กับ $f_{LR_1}(t)$: จากภาพที่ 1.2 และ 1.3 เราจะเห็นได้ว่าสัญญาณ $f_{LR_2}(t)$ จะเลื่อนไปทางขวาของสัญญาณ $f_{LR_1}(t)$ เป็น

ระยะเวลา 1 วินาที $f_{LR_3}(t)$ กับ $f_{LR_1}(t)$: จากภาพที่ 1.2 และ 1.3 เราจะเห็นได้ว่า สัญญาณ $f_{LR_3}(t)$ จะเลื่อนไปทางขวาของสัญญาณ $f_{LR_1}(t)$ เป็นระยะเวลา 3 วินาที

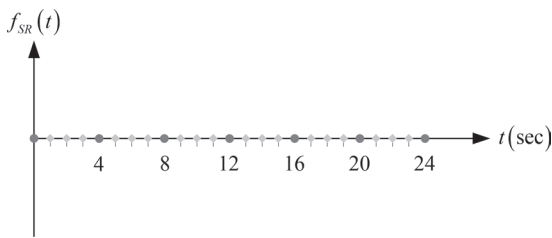
ขั้นตอนที่สองคือ การนำภาพความละเอียดต่ำมารวมกัน โดยการนำภาพความละเอียดต่ำมารวมกัน คือ ขั้นตอนที่สอง (และเป็นขั้นตอนสุดท้าย) ของการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งโดยกระบวนการนี้จะมีขั้นตอนย่อยๆ ดังต่อไปนี้

2.1 นำสัญญาณอ้างอิงที่กำหนดในขั้นตอนที่ 1.1 มาเพิ่มความละเอียดในแกน t ขึ้นตามจำนวนเท่าที่ต้องการโดยถ้าเราต้องการเพิ่มความละเอียดของข้อมูลขึ้น 4 เท่าดังแสดงในภาพที่ 1.5 และกำหนดให้ข้อมูลในตำแหน่งที่ยังว่างอยู่มีค่าเป็นศูนย์

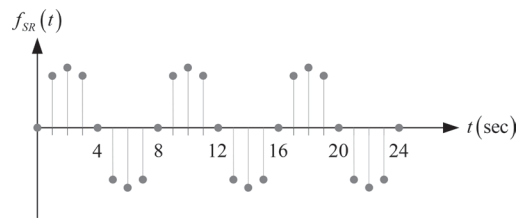
2.2 นำข้อมูลจากสัญญาณความละเอียดต่ำ $f_{LR_2}(t)$ ไปรวมกับข้อมูลสัญญาณอ้างอิง (ภาพที่ 1.5) ในตำแหน่งที่ข้อมูลขาดหายไปโดยใช้รายละเอียดเกี่ยวกับตำแหน่งของสัญญาณ $f_{LR_1}(2)$ ที่เลื่อนไปทางขวามือเป็นเวลา 1 วินาทีโดยจะได้ผลดังแสดงในภาพที่ 1.6

2.3 นำข้อมูลจากสัญญาณความละเอียดต่ำ $f_{LR_3}(t)$ ไปรวมกับข้อมูลสัญญาณอ้างอิง (ภาพที่ 1.5) ในตำแหน่งที่ข้อมูลขาดหายไป โดยใช้รายละเอียดเกี่ยวกับตำแหน่งของสัญญาณ $f_{LR_3}(t)$ ที่เลื่อนไปทางขวามือเป็นเวลา 3 วินาทีโดยจะได้ผลดังแสดงในภาพที่ 1.7

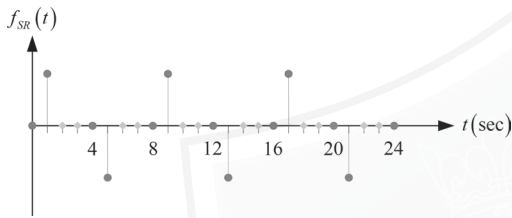
2.4 ถ้านำข้อมูลจากภาพความละเอียดต่ำทั้งหมดมารวมกับข้อมูลสัญญาณอ้างอิงจนหมดแล้ว แต่ยังคงมีข้อมูลบางส่วนที่ไม่มีค่าดังแสดงในภาพที่ 1.6 (ข้อมูลที่ตำแหน่งสีเทาอ่อน) แล้วให้ทำการคำนวณหาข้อมูลที่ตำแหน่งดังกล่าว โดยกระบวนการการสร้างข้อมูลภาพโดยในบทความนี้จะใช้กระบวนการประมาณค่าในช่วงแบบคิวบิก (Cubic Interpolation) และนำข้อมูลที่สร้างขึ้นมาได้ไปรวมกับสัญญาณอ้างอิง (ในตำแหน่งที่ยังว่างอยู่) จะได้ผลดังแสดงในภาพที่ 1.8



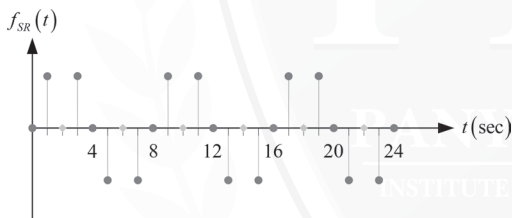
ภาพที่ 1.5 สัญญาณอ้างอิงในเมื่อเพิ่มจำนวนข้อมูลในขั้นตอนที่ 2.1



ภาพที่ 1.8 สัญญาณอ้างอิงในเมื่อเพิ่มจำนวนข้อมูลในขั้นตอนที่ 2.4



ภาพที่ 1.6 สัญญาณอ้างอิงในเมื่อเพิ่มจำนวนข้อมูลในขั้นตอนที่ 2.2



ภาพที่ 1.7 สัญญาณอ้างอิงในเมื่อเพิ่มจำนวนข้อมูลในขั้นตอนที่ 2.3

2.5 สัญญาณอ้างอิงที่มีการเพิ่มจำนวนข้อมูลในขั้นตอนที่ 2.4 แล้วจะกลายเป็นสัญญาณความละเอียดสูงยิ่ง ซึ่งมีความละเอียดของข้อมูลที่สูงกว่าสัญญาณที่บันทึกได้ทั้ง 3 สัญญาณ ดังแสดงในภาพที่ 1.8 โดยสัญญาณความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างได้จะมีลักษณะคล้ายกับสัญญาณความละเอียดสูงต้นแบบมากกว่าสัญญาณที่บันทึกได้ทั้ง 3 สัญญาณ

เนื่องจากกระบวนการลงทะเบียน (Registration) โดยทั่วไปแล้วจะมีความผิดพลาดสูงเมื่อสัญญาณที่บันทึกได้เกิดปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) ดังนั้นในบทความนี้จะนำเสนอกระบวนการลงทะเบียน (Registration) เชิงความถี่ซึ่งจะใช้เพียงข้อมูลความถี่ต่ำของสัญญาณที่บันทึกได้เท่านั้น เพราะข้อมูลความถี่ต่ำจะเป็นข้อมูลที่ไม่มีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) (ซึ่งจะอธิบายอย่างละเอียดในส่วนถัดไป) ดังนั้นจึงทำให้ผลที่คำนวณได้จากกระบวนการลงทะเบียน (Registration) มีความถูกต้องสูงและลดผลกระทบจากปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) จึงค่อยนำข้อมูลทั้งหมดของภาพความละเอียดต่ำมารวมกันโดยให้ผลที่คำนวณได้จากกระบวนการลงทะเบียน (Registration) เป็นตัวกำหนดเพื่อสร้างภาพความละเอียดสูงด้วยกระบวนการประมาณค่าในช่วงแบบคิวบิก (Cubic Interpolation) ดังนั้นอัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งที่นำเสนอจะสามารถเพิ่มความละเอียดของภาพได้ 4 เท่า (โดยจะเป็นการเพิ่มความละเอียดในแนวนอน 2 เท่า และเป็นการเพิ่มความละเอียดในแนวตั้ง 2 เท่า) โดยจะใช้ภาพความละเอียดต่ำ (ซึ่งมีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing)) จำนวน 4 ภาพ แต่ถ้าภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้ไม่มีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) แล้วอัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งที่นำเสนอจะไม่สามารถสร้างภาพความละเอียดสูงขึ้นมาได้เนื่องจากข้อมูลที่เกิดปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) คือข้อมูลความถี่สูงของภาพที่จะสามารถนำมาใช้ในการสร้างภาพความละเอียดสูง

อัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งที่นำเสนอในบทความนี้จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งแบบ Non-Linear Minimization และแบบ Spatial Domain (Keren, Peleg & Brada, 1988) ภาพความละเอียดสูงยิ่งที่ถูกสร้างขึ้นด้วยอัลกอริทึมทั้ง 3 (จากภาพที่จำลองขึ้น) จะแสดงให้เห็นว่า กระบวนการลงทะเบียน (Registration) เชิงความถี่ที่นำเสนอจะมีความแม่นยำมากที่สุด และเป็นผลทำให้ภาพความละเอียดสูงยิ่งที่ถูกสร้างขึ้นด้วยอัลกอริทึมที่นำเสนอมีความถูกต้องมากที่สุด การประยุกต์ใช้อัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งที่นำเสนอในบทความนี้ คือ การนำไปเพิ่มความละเอียดให้กับภาพถ่ายที่ถูกบันทึกโดยกล้องถ่ายภาพแบบดิจิทัล โดยผู้ใช้งานจะต้องบันทึกภาพเดียวกันจำนวนหลายภาพ (4 ภาพ) แล้วจึงนำภาพที่บันทึกได้เหล่านั้นมาผ่านอัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งที่นำเสนอเพื่อสร้างภาพที่มีความละเอียดสูงขึ้น 4 เท่า เนื่องจากการสั่นไหวของมือขณะที่บันทึกภาพจะเป็นข้อมูลที่เพียงพอต่อการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่ง แต่ฉากที่บันทึกภาพจะต้องอยู่ห่างและมีลักษณะเป็นระนาบ ซึ่งจะต้องไม่เกิดปรากฏการณ์พารัลแลกซ์ (Parallax เป็นปรากฏการณ์ของการบันทึกภาพเมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่และผู้บันทึกภาพก็มีการเคลื่อนไหวไปพร้อมกันจึงทำให้ภาพที่บันทึกได้มีลักษณะไม่ตรงหรือบิดเบี้ยวไปจากวัตถุจริง อย่างเช่น ถ้าผู้บันทึกภาพมีการเคลื่อนที่ไปทางเดียวกับวัตถุด้วยความเร็วเท่ากันแล้ว ผู้บันทึกภาพก็จะเห็นเสมือนว่าวัตถุอยู่นิ่งเพราะความเร็วสัมพัทธ์ (Relative Velocity) จะมีค่าเป็นศูนย์ แต่ถ้าผู้บันทึกภาพมีการเคลื่อนที่ไปทางตรงข้ามกับวัตถุด้วยความเร็วเท่ากันแล้ว ผู้บันทึกภาพก็จะเห็นว่าวัตถุมีความเร็วเป็นสองเท่าของความเร็วจริง เพราะความเร็วสัมพัทธ์ (Relative Velocity) จะมีค่าเป็นสองเท่า) โดยเมื่อนำอัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งทั้ง 3 วิธีไปใช้งานกับภาพที่บันทึกได้จริงๆ แล้ว ภาพความละเอียดสูงยิ่งที่ถูกสร้างขึ้นด้วยอัลกอริทึมที่นำเสนอมีความถูกต้องมากที่สุด เนื่องจากการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งอีก 2 วิธีจะมีความผิดพลาดใน

กระบวนการลงทะเบียน (Registration) จึงทำให้เกิดความผิดพลาดในขั้นตอนการรวมภาพ การกล่าวถึงภาพความละเอียดสูง (HR หรือ High-Resolution) ในบทความนี้จะหมายถึงภาพที่มีข้อมูลมากขึ้นแต่จะไม่ได้หมายความว่าภาพที่มีจำนวนจุดเพิ่มขึ้น (อย่างเช่นภาพที่ผ่านกระบวนการการสร้างข้อมูลภาพ) ดังนั้นภาพความละเอียดสูงจะหมายถึงภาพที่มีข้อมูลเชิงความถี่เพิ่มขึ้น (หรือมีพลังงานเพิ่มขึ้นนั่นเอง)

หลักการของอัลกอริทึมการสร้างภาพความละเอียดสูงโดยทั่วไป

Tsai & Huang (1984) นำเสนอแนวความคิดเกี่ยวกับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่ง (SR) จากการนำภาพความละเอียดต่ำจำนวนหลายภาพมารวมกัน ในปี ค.ศ. 1984 โดยการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งโดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วย 2 ขั้นตอนหลักๆ คือ กระบวนการลงทะเบียน (Registration) คือ การนำภาพความละเอียดต่ำมาจัดเรียงในตำแหน่งที่ถูกต้อง (ดังแสดงในขั้นตอนที่ 1 ของตัวอย่าง) การนำภาพความละเอียดต่ำทั้งหมดมารวมกันเพื่อสร้างภาพความละเอียดสูง

1. กระบวนการลงทะเบียน

กระบวนการลงทะเบียน คือ กระบวนการที่มีความละเอียดระดับ Sub-Pixel โดยจะเป็นขั้นตอนพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งที่มีคุณภาพดี เนื่องจากถ้าผลที่คำนวณได้จากกระบวนการลงทะเบียน (Registration) มีความผิดพลาดสูงแล้ว ภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างจากภาพความละเอียดต่ำ (ซึ่งจัดวางตำแหน่งไม่ถูกต้อง) จะมีคุณภาพต่ำ Zitova & Flusser (Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004) ได้รวบรวมอัลกอริทึมเกี่ยวกับกระบวนการลงทะเบียน (Registration) โดยทั่วๆ ไปซึ่งอาจจะเป็นการคำนวณเชิงความถี่หรือเชิงพื้นที่ (Spatial) ก็ได้ แต่ถ้าเป็นกระบวนการลงทะเบียน (Registration) เชิงความถี่แล้วจะสามารถใช้กับภาพที่มีการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่เดียวทั้งภาพ (Global Motion) เท่านั้น โดยแบบจำลองการเคลื่อนที่แบบนี้จะเป็นการผสมกันระหว่างการเคลื่อนที่

แบบเลื่อน การหมุน และการย่อหรือขยายขนาดเข้าด้วยกัน ดังนั้นกระบวนการลงทะเบียน (Registration) เชิงความถี่จะเหมาะสมสำหรับภาพที่เกิดปัญหาแบบเอเลียสซิง (Aliasing) Tsai & Huang (1984) ได้นำเสนอกระบวนการลงทะเบียน (Registration) เชิงความถี่และการนำภาพความละเอียดต่ำทั้งหมดมารวมกันโดยเทคนิคการคำนวณหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Minimization) โดยภาพความละเอียดสูงที่ถูกสร้างขึ้นจะมีผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียว (Unique) หรือผลลัพธ์ที่คำนวณได้จะถูกรวบรวมเข้าหาผลลัพธ์ที่ต้องการ กระบวนการลงทะเบียน (Registration) เชิงความถี่ส่วนมากจะคำนวณหาระยะทางที่เลื่อนระหว่างภาพทั้ง 2 จากมุมเฟสที่แตกต่างระหว่างภาพทั้งสอง

Kim & Su (Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004) ได้พัฒนาเทคนิคการประมาณการเคลื่อนที่โดยใช้การนำข้อมูลความถี่ต่ำที่ไม่มีปัญหาแบบเอเลียสซิง (Aliasing) และมีลักษณะเหมือนกับกระบวนการลงทะเบียน (Registration) ที่บทความนี้แนะนำเสนอ เพียงแต่ในบทความนี้จะนำข้อมูลความถี่ต่ำมาใช้ในการประมาณการเคลื่อนที่เท่านั้น (หรือจะไม่มี การนำข้อมูลความถี่สูงมาใช้ในขั้นตอนนี้)

Marcel & Lucchese (Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004) ได้นำเสนอการประมาณการเคลื่อนที่สำหรับภาพที่หมุน การประมาณการเคลื่อนที่เชิงพื้นที่ (Spatial Domain) จะมีหลายวิธีอย่าง เช่น วิธีแบบโฮโมกราฟิก (Homographic) โดยอัลกอริทึมที่นำเสนอนี้อาจจะใช้ข้อมูลของทั้งภาพหรือใช้ข้อมูลเพียงบางส่วนของภาพ (ซึ่งได้จากการกระจายอนุกรมแบบ Taylor) ซึ่งถูกนำเสนอโดย Keren & Irani (Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004) โดยการประมาณการเคลื่อนที่เชิงพื้นที่จะอยู่บนหลักการของออฟฟลอปโฟลว์ (Optical Flow) โดยจะคำนวณหาเวกเตอร์จากความแตกต่างระหว่างภาพทั้งสอง

2. การนำภาพความละเอียดต่ำทั้งหมดมารวมกันเพื่อสร้างภาพความละเอียดสูง

ภาพความละเอียดสูงจะถูกสร้างจากชุดภาพ

ความละเอียดต่ำ (โดยภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพจะถูกบันทึกมาอย่างเป็นระเบียบ) โดยการสร้างภาพความละเอียดสูงยังจะมีหลายวิธีดังต่อไปนี้ การรวมภาพโดยการประมาณค่าในช่วงแบบคิวบิก (Cubic Interpolation) (Keren อ้างใน Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004) การรวมภาพโดยวิธีเชิงพื้นที่ (Spatial Domain) (Papoulis อ้างใน Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004) การรวมภาพโดยวิธี POSC (Projection Onto Convex Set) (Patti อ้างใน Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004) หรือการรวมภาพโดยวิธี MAP (Maximum A Posteriori) (Capel & Schultz อ้างใน Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004)

นอกจากนี้แล้วยังมีวิธีการรวมภาพโดยการคำนวณซ้ำ (Iterative) โดยวิธีนี้จะพยายามปรับค่าของภาพความละเอียดสูงยิ่งที่คำนวณได้ โดยการนำภาพความละเอียดสูงยิ่งนี้ผ่านแบบจำลองในการลดคุณภาพและขนาดของสัญญาณเพื่อสร้างภาพความละเอียดต่ำหลายภาพ แล้วจึงนำภาพความละเอียดต่ำเหล่านี้ไปเปรียบเทียบกับภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้จริง เพื่อให้เกิดความผิดพลาดน้อยที่สุด อัลกอริทึมบางวิธีจะมีการใช้ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการเลื่อนหรือหมุน (Warping Process) ที่เกิดขึ้นระหว่างภาพความละเอียดต่ำมาช่วยในกระบวนการลงทะเบียน (Registration) และการรวมภาพ Elad และ Feuer ได้นำเสนออัลกอริทึมการรวมภาพ โดยการรวมอัลกอริทึมแบบ POCS (Projection Onto Convex Set) และ ML (Maximum Likelihood) เข้าด้วยกัน

แนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ของกระบวนการลงทะเบียน (Registration) ภาพความละเอียดต่ำที่มีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing)

1. การประมาณการเคลื่อนที่ (Planar Motion Estimation)

บทความนี้จะนำเสนออัลกอริทึมการประมาณการเคลื่อนที่เชิงความถี่ระหว่างภาพอ้างอิงกับภาพความละเอียดต่ำอื่นๆ โดยบทความนี้จะจำกัดลักษณะ

การเคลื่อนที่ของภาพเป็นการเคลื่อนในแนวระนาบเพียงอย่างเดียว (Planar Motion) ดังนั้นจึงทำให้การเคลื่อนที่ในลักษณะนี้สามารถถูกอธิบายได้โดยตัวแปรเพียง 3 ตัว คือ Δx (ระยะทางที่เคลื่อนที่ในแนวนอน), Δy (ระยะทางที่เคลื่อนที่ในแนวตั้ง) และ ϕ (มุมของภาพที่หมุนไป) โดยลักษณะการเคลื่อนที่แบบนี้จะมีลักษณะเหมือนกับการเคลื่อนที่ ซึ่ง Patrick Vandewalle ได้เคยนำเสนอในปี ค.ศ. 2004

การคำนวณเชิงความถี่จะสามารถประมาณการเคลื่อนที่ในแนวนอน แนวตั้ง และมุมที่หมุนไป โดยจะแยกการคำนวณออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ การคำนวณหาระยะทางของการเคลื่อนที่ในแนวนอนและแนวตั้ง และการคำนวณหามุมของภาพที่หมุนไป ดังนั้นถ้ากำหนดให้ภาพอ้างอิงคือ $f_{LR-1}([x \ y]^T)$ และภาพที่มีการเคลื่อนที่และหมุนคือ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ แล้วความสัมพันธ์ระหว่างภาพทั้งสองจะเป็นไปตามสมการที่ (1)

$$f_{LR-2}([x \ y]^T) = f_{LR-1}(\mathbf{R}([x \ y]^T + [\Delta x \ \Delta y]^T)) \quad (1)$$

เมื่อ $\mathbf{R} = [\cos \phi \ -\sin \phi; \sin \phi \ \cos \phi]$

เมื่อทำการแปลงฟูเรียร์สมการที่ (1) ทั้งสมการจะได้เป็น

$$F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} f_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix})} \cdot d \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

หรือ

$$F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} f_{LR-1} \left(\mathbf{R} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} + [\Delta x \\ \Delta y] \right) \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix})} \cdot d \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2)$$

เมื่อกำหนดให้ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + [\Delta x \\ \Delta y]$ แล้วนำไปแทนค่า

ในสมการที่ (2) จะได้เป็น

$$F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} f_{LR-1} \left(\mathbf{R} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \right) \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix})} \cdot d \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\mathbf{R} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \right) \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix})} \right) \cdot d \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = e^{(j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix})} \cdot \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\mathbf{R} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \right) \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix})} \right) \cdot d \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

เมื่อ $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$ คือ ผลการแปลงฟูเรียร์ของภาพ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ และ $[r \ \theta]^T = \mathbf{R} \cdot [x' \ y']^T$

แล้วความสัมพันธ์ระหว่างขนาด (Amplitude) ของข้อมูลเชิงความถี่ของภาพจะสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3)

$$\left| F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \right| = \left| e^{(j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix})} \cdot \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} f_{LR-1} \left(\mathbf{R} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \right) \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix})} \cdot d \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \right|$$

$$\left| F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \right| = \left| \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\mathbf{R} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \right) \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix})} \right) \cdot d \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \right|$$

$$\left| F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \right| = \left| \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \right) \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix})} \right) \cdot d \left(\mathbf{R}^T \cdot \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \right) \right|$$

$$\left| F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \right| = \left| \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \right) \cdot e^{(-j2\pi[f_x \ f_y] \mathbf{R}^T \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix})} \right) \cdot d \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \right|$$

$$\left| F_{LR-2} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \right| = \left| \iint_{\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \right) \cdot e^{(-j2\pi \mathbf{R}^T [f_x \ f_y] \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix})} \right) \cdot d \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \right|$$

ดังนั้น $|F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)| = |F_{LR-1}(\mathbf{R} \cdot [f_x \ f_y]^T)| \quad (3)$

$|F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)|$ คือ ภาพที่เกิดจากการหมุนของภาพต้นแบบ $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$ (รูปที่ 2(a))

เป็นมุม ϕ ดังแสดงในรูปที่ 2(b) สมการที่ (3) แสดงให้เห็นว่า ขนาดของข้อมูลเชิงความถี่ของภาพก่อนการหมุน และหลังการหมุนจะมีขนาดเท่าเดิมโดยจะไม่ขึ้นกับตัวแปร $[\Delta x \ \Delta y]^T$ ซึ่งจะหมายความว่า การเลื่อนของภาพจะมีผลทำให้มุมเฟสของภาพเปลี่ยนแปลงไปแต่จะไม่มีผลกับขนาดของข้อมูลเชิงความถี่ของภาพ ดังนั้นเราจึงสามารถคำนวณหามุม ϕ ได้จากขนาดของข้อมูลเชิงความถี่ ดังนั้นในบทความนี้จะประมาณการเคลื่อนที่โดยการคำนวณหามุม ϕ ก่อนแล้วจึงนำภาพ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ ไปหมุนกลับด้วยมุม $-\phi$ ที่คำนวณได้แล้วจึงค่อยนำภาพที่คำนวณได้ไปคำนวณหาค่า $[\Delta x \ \Delta y]^T$ จากมุมเฟสระหว่างภาพ $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$ และ $|F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)|$ แล้วจึงนำภาพ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ มาเลื่อนกลับเป็นระยะทาง $[\Delta x \ \Delta y]^T$

เนื้อหาในส่วนที่ 3.1 จะกล่าวถึงอัลกอริทึมการประมาณการเคลื่อนที่แบบหมุนหรือการคำนวณหามุม θ และเนื้อหาในส่วนที่ 3.2 จะกล่าวถึงอัลกอริทึมการประมาณการเคลื่อนที่แบบเลื่อนหรือการคำนวณหาค่า $[\Delta x \ \Delta y]^T$ ส่วนที่ 3.3 ซึ่งเป็นส่วนสุดท้ายของการประมาณการเคลื่อนที่ที่จะกล่าวถึงการปรับอัลกอริทึมในการประมาณการเคลื่อนที่เพื่อให้เหมาะสมสำหรับภาพที่มีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing)

2. การประมาณการเคลื่อนที่แบบหมุน (Rotation Estimation)

การหามุมระหว่างภาพ $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$ และ $|F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)|$ จะสามารถคำนวณได้จากมุม θ ที่หมุนภาพแล้ว $|F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)|$ ทำให้ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่างภาพ $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$ และ $|F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)|$ มีค่ามากที่สุดโดยข้อกำหนดพื้นฐานของหลักการเกี่ยวกับการคำนวณแบบนี้คือ

1) กระบวนการประทับจำ (Registration) เชิงความถี่จะคำนวณได้เมื่อภาพ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ คือภาพ $f_{LR-1}([x \ y]^T)$ ที่มีการเคลื่อนที่ในแนวระนาบเท่านั้น (อย่างเช่นการเคลื่อนที่แบบเลื่อน การหมุน และการย่อหรือขยายขนาด)

2) ลักษณะฟูเรียร์ของภาพ $f_{LR-1}([x \ y]^T)$ และ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ จะต้องไม่เป็นวงแหวนหรือสมมาตรรอบจุดศูนย์กลางไม่เช่นนั้นจะไม่สามารถคำนวณหาการที่แตกต่างกัน $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$ ในแต่ละมุมได้

3) ถ้าภาพ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ มีการหมุนเป็นมุม θ แล้วค่าฟูเรียร์ของภาพ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ (หรือ $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$) จะหมุนไปเป็นมุม θ เหมือนกัน ดังแสดงในภาพที่ 2 จะแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างภาพและค่าฟูเรียร์ของภาพที่หมุนไปเป็นมุม $\theta = 0^\circ, \theta = 22.5^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 67.5^\circ$ และ $\theta = 90^\circ$

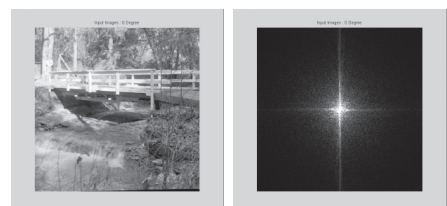
หลักการเกี่ยวกับการคำนวณหามุม θ จากค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่างภาพ $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$ และ $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$ มีมานานมากแล้ว แต่เนื่องจากการคำนวณค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) แบบสองมิติจะมีความซับซ้อนในการคำนวณสูงมาก โดยมีขั้นตอนคือ

1) คำนวณหาผลการแปลงฟูเรียร์ของภาพ $f_{LR-1}([x \ y]^T)$ หรือคำนวณหา $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$

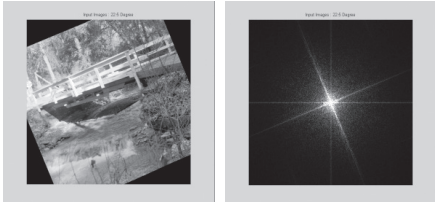
2) หมุนภาพ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ เป็นตั้งแต่มุม $\theta = -180^\circ$ ไปจนถึง $\theta = 180^\circ$ แล้วคำนวณหา $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$ ในแต่ละมุมที่หมุนไป (360)

3) คำนวณหาค่าสหสัมพันธ์ระหว่างภาพ $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$ และ $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$ ตั้งแต่มุม $\theta = -180^\circ$ ไปจนถึง $\theta = 180^\circ$

4) คำนวณหามุม θ ที่ทำให้ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่างภาพ $|F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)|$ และ $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$ ที่มีค่ามากที่สุด (มุม θ ที่คำนวณได้คือมุม θ ของภาพที่หมุนได้)



ภาพที่ 2 (a) ภาพทดสอบ “Stream and bridge”
และภาพของค่าฟูเรียร์เมื่อ $\theta = 0^\circ$



ภาพที่ 2 (b) ภาพทดสอบ “Stream and bridge”
และภาพของค่าฟูเรียร์เมื่อ $\theta = 22.5^\circ$

บทความนี้จะนำเสนออัลกอริทึมเกี่ยวกับการคำนวณหามุม θ จากค่าสหสัมพันธ์ระหว่างภาพ $F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)$ และ $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$ ที่จะมีความสัมพันธ์ในการคำนวณน้อยลงโดยเราจะแปลงค่าฟูเรียร์จากระนาบแบบแกนฉากเป็นระนาบเชิงขั้ว (Polar) โดยจะมีขั้นตอนการคำนวณหลักๆ คือ

- 1) คำนวณหาผลการแปลงฟูเรียร์ของภาพ $f_{LR-1}([x \ y]^T)$ และ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ หรือคำนวณหา $F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)$ และ $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$ ตามลำดับ
- 2) นำผลการแปลงฟูเรียร์ $F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)$ และ $F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)$ ไปผ่านตัวกรองสัญญาณเพื่อกำจัดข้อมูลความถี่สูงออก (ซึ่งจะเป็นข้อมูลที่ก่อให้เกิดปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing))

- 3) นำข้อมูลเชิงความถี่ที่ผ่านวงจรกรองไปเปลี่ยนระบบพิกัดแบบฉาก (xy Coordinate) ไปเป็นระบบพิกัดแบบมุม (r θ Coordinate) หรือ $F_{LR-1}([f_x \ f_y]^T)$ เป็น $|F_{LR-1}([f_r \ f_\theta]^T)|$ และ $|F_{LR-2}([f_x \ f_y]^T)|$ เป็น $|F_{LR-2}([f_r \ f_\theta]^T)|$

- 4) เนื่องจากเราต้องการคำนวณหามุม θ ระหว่าง $|F_{LR-1}([f_r \ f_\theta]^T)|$ และ $|F_{LR-2}([f_r \ f_\theta]^T)|$ ที่ทำให้ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่างฟังก์ชันทั้งสองที่ค่ามากที่สุด แต่เนื่องจากการคำนวณค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่าง $|F_{LR-1}([f_r \ f_\theta]^T)|$ และ $|F_{LR-2}([f_r \ f_\theta]^T)|$ สำหรับทุกมุมที่เป็นไปได้จะเป็นการคำนวณที่ซับซ้อนมาก ดังนั้นจึงไม่สะดวกต่อการประยุกต์ใช้งานจริง ดังนั้นบทความนี้จะนำเสนออัลกอริทึมสำหรับคำนวณหามุม θ นี้โดยอัลกอริทึมที่นำเสนอ

จะคำนวณหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลเชิงความถี่ของภาพ $|F_{LR-1}([f_r \ f_\theta]^T)|$ ตั้งแต่มุม θ มีขนาด -180 ถึง 180 และคำนวณหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลเชิงความถี่ของภาพ $|F_{LR-2}([f_r \ f_\theta]^T)|$ ตั้งแต่มุม θ มีขนาด -180 ถึง $+180$ ดังนั้นขั้นตอนนี้จะเปรียบเสมือนการแปลงจากสัญญาณสองมิติไปเป็นสัญญาณ 1 มิติ

$$H(\alpha) = \int_{\alpha - \frac{\Delta\alpha}{2}}^{\alpha + \frac{\Delta\alpha}{2}} \int_0^\infty |F(r, \theta)| dr d\theta \quad (4)$$

เนื่องจากข้อมูลความถี่ต่ำของภาพ (หรือข้อมูลที่ตำแหน่ง r มีค่าน้อย) จะมีขนาดใหญ่มากและจะทำให้ค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้มีความแตกต่างกัน ไม่มากนักเมื่อ θ มีค่าเปลี่ยนไป ดังนั้นการหาผลรวมหรือการหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลเชิงความถี่ของภาพจะคำนวณในช่วง $\varepsilon\rho < r < \rho$ เมื่อ ρ คือ รัศมีของภาพ หรือขนาดครึ่งหนึ่งของภาพ และ ε คือ ค่าคงที่ ในการทดลองจะกำหนดให้ $\varepsilon = 0.1$ และเนื่องจากข้อมูลความถี่สูงจะมีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) ดังนั้นในการทดลองจะกำหนดให้ค่า r มีค่าเป็น $0.1 \cdot \rho < r < 0.8 \cdot \rho$ โดยค่าเฉลี่ยของข้อมูลเชิงความถี่ของภาพ $|F_{LR-1}([f_r \ f_\theta]^T)|$ และ $|F_{LR-2}([f_r \ f_\theta]^T)|$ (ซึ่งเป็นข้อมูลเพียง 1 มิติ) มาคำนวณค่า θ (ตั้งแต่ -180 ถึง 180) ที่ทำให้โครีชันระหว่างภาพทั้งสองที่มีค่ามากที่สุด แต่ในการทดลองจะคำนวณค่าสหสัมพันธ์ตั้งแต่ค่า $\theta = -45^\circ$ ถึง $\theta = 45^\circ$

3. การคำนวณหาระยะทางของการเคลื่อนที่ในแนวนอนและแนวตั้ง (Shift Estimation)

การคำนวณหาระยะทางของการเคลื่อนที่ในแนวนอนและแนวตั้งระหว่างภาพ $f_{LR-1}([x \ y]^T)$ และ $f_{LR-2}([x \ y]^T)$ แสดงได้ดังสมการที่ (3)

$$F_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \right) = \iint_{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} f_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) \cdot e^{-2j\pi[f_x f_y] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} \cdot d \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$F_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \right) = \iint_{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \right) \cdot e^{-2j\pi[f_x f_y] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} \cdot d \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right)$$

เมื่อกำหนดให้ $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$ แล้วนำไป

แทนค่าลงในสมการข้างบนจะได้เป็น

$$F_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \right) = \iint_{\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \right) \cdot e^{-2j\pi[f_x f_y] \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}} \right) \cdot d \left(\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \right)$$

$$F_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \right) = \iint_{\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}} \left(f_{LR-1} \left(\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \right) \cdot e^{-2j\pi[f_x f_y] \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}} \right) \cdot e^{2j\pi[f_x f_y] \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}} \cdot d \left(\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \right)$$

$$F_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \right) = \left(e^{2j\pi[f_x f_y] \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}} \cdot \iint_{\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}} f_{LR-1} \left(\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \right) \cdot e^{-2j\pi[f_x f_y] \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}} \cdot d \left(\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \right) \right)$$

ดังนั้น

$$F_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \right) = e^{2j\pi[f_x f_y] \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}} \cdot F_{LR-1} \left(\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \right) \quad (5)$$

ถ้าเราทราบค่า $F_{LR-1} \left(\begin{bmatrix} f_x & f_y \end{bmatrix}^T \right)$ และ $F_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} f_x & f_y \end{bmatrix}^T \right)$ แล้วเราจะสามารถคำนวณหา $\begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix}^T$ ได้จากสมการที่ (5) โดยค่า $\begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix}^T$ คือ ความชันของมุม $\angle \left(F_{LR-2} \left(\begin{bmatrix} f_x & f_y \end{bmatrix}^T \right) / F_{LR-1} \left(\begin{bmatrix} f_x & f_y \end{bmatrix}^T \right) \right)$ โดยวิธีการคำนวณค่า $\begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix}^T$ แบบนี้เคยถูกนำเสนอ โดย Kim, Stone และ Marcel (อ้างถึงใน Vandewall, Susstrunk & Vetterli, 2004) และบทความนี้จะกำหนดให้ระนาบของภาพคงที่เมื่อมุมเฟสของภาพเปลี่ยนไป และจะใช้วิธีการประมาณค่าแบบ LS (Least Square) เพื่อทำให้ผลการคำนวณที่ได้ทนต่อสัญญาณรบกวน

4. ปัญหาแบบเอเลียสซิง (Aliasing)

ถ้าภาพความละเอียดต่ำ (LR) ที่ใช้สำหรับสร้างภาพความละเอียดสูงยังมีปัญหาแบบเอเลียสซิง (Aliasing) แล้วกระบวนการลงทะเบียน (Registration) ที่กล่าวไปแล้วในส่วนข้อ 1 และ 2 จะคำนวณหาผลลัพธ์ที่มีความผิดพลาดสูง เนื่องจากข้อมูลเชิงความถี่ของภาพความละเอียดต่ำ (หรือค่าฟูเรียร์ของภาพ) จะมีความไม่ถูกต้อง อันเนื่องมาจากปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) แต่อย่างไรก็ตามถ้าปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) เกิดขึ้น

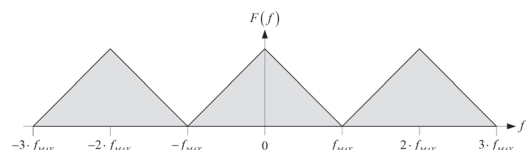
อย่างจำกัดแล้ว กระบวนการลงทะเบียน (Registration) ที่กล่าวไปแล้วก็ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้โดยจะต้องใช้กับข้อมูลความถี่ต่ำของภาพเท่านั้น เนื่องจากข้อมูลเหล่านี้ไม่มีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) โดย Kim & Su ได้นำเสนอกระบวนการลงทะเบียน (Registration) แบบนี้ในปี ค.ศ.1993 และ Vandewalle ได้นำกระบวนการลงทะเบียน (Registration) แบบนี้ไปประยุกต์ใช้ในการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งในปี ค.ศ. 2003

4.1 สัญญาณ 1 มิติ

ถ้ากำหนดให้สัญญาณ $f(x)$ มีแถบความถี่จำกัดโดยมีความถี่สูงสุด คือ f_{MAX} ดังแสดงในภาพที่ 3 (a) และกำหนดให้ความถี่ในการสุ่มข้อมูล คือ $f_s < f_s < 2 \cdot f_{MAX}$ ซึ่งความถี่ในการสุ่มข้อมูลจะมีค่าต่ำกว่าข้อกำหนดของ Niquist (หรือ $f_s \geq 2 \cdot f_{MAX}$) ดังนั้นสัญญาณที่สุ่มได้ ($f[k]$) มีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) ดังแสดงในภาพที่ 3 (c) และจะเป็นผลทำให้เราไม่สามารถนำสัญญาณ $f[k]$ มาสร้างกลับเป็นสัญญาณต้นแบบ ($f(x)$) ได้ ถ้ากำหนดให้สัญญาณ $f_1[k]$ และ $f_2[k]$ เป็นสัญญาณที่สุ่มได้จากสัญญาณ $f(x)$ เหมือนกันและสุ่มด้วยความถี่เดียวกันโดยสัญญาณ $f_1[k]$ จะสุ่มที่เวลา $0, T, 2T, \dots, kT, \dots$ และสัญญาณ $f_2[k]$ จะสุ่มที่เวลา $\Delta x, T + \Delta x, 2T + \Delta x, \dots, kT + \Delta x, \dots$ ตามลำดับ (กำหนดให้ T คือ คาบเวลาในการสุ่มข้อมูลซึ่งมีค่าเป็น $1/f_s$)



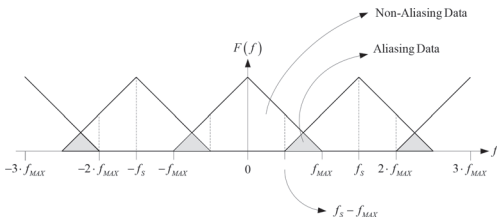
ภาพที่ 3 (a) สัญญาณต้นแบบ



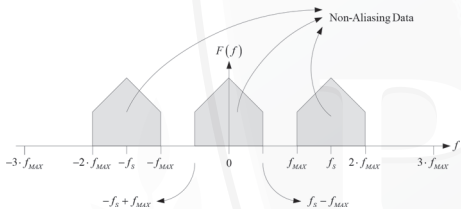
ภาพที่ 3 (b) การสุ่มสัญญาณต้นแบบตามข้อกำหนดของ Niquist (หรือ $f_s \geq 2 \cdot f_{MAX}$)

ถ้าสัญญาณ $f_1[k]$ และ $f_2[k]$ เกิดปัญหา

เอเลียสซิง (Aliasing) แล้วจะทำให้ผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณทั้งสองมีลักษณะแตกต่างกันจึงทำให้กระบวนการประทับจำมีความผิดพลาดสูง



ภาพที่ 3 (c) การสุ่มสัญญาณต้นแบบด้วยความถี่ต่ำกว่าข้อกำหนดของ Nyquist ($f_s \geq 2 \cdot f_{MAX}$)



ภาพที่ 3 (d) ช่วงความถี่ของข้อมูลซึ่งไม่มีปัญหาเอเลียสซิงเมื่อสัญญาณถูกสุ่มสัญญาณต้นแบบด้วยความถี่ต่ำกว่าข้อกำหนดของ Nyquist

แต่ถ้าเราพิจารณาข้อมูลความถี่ต่ำในช่วง $-f_s + f_{MAX}$ ถึง $f_s - f_{MAX}$ แล้วจะเห็นได้ว่า ข้อมูลในส่วนนี้จะไม่มีปัญหาเอเลียสซิง (Aliasing) ดังแสดงในภาพที่ 3 (d) ดังนั้นถ้าเรานำสัญญาณ $f_1[k]$ และ $f_2[k]$ มาผ่านวงจรกรองความถี่โดยกำหนดให้เฉพาะข้อมูลที่มีความถี่ในช่วง $-f_s + f_{MAX}$ ถึง $f_s - f_{MAX}$ ผ่านได้เท่านั้น แล้วนำสัญญาณ $f_1[k]$ และ $f_2[k]$ ที่ออกของวงจรกรอง (ซึ่งจะประกอบด้วยข้อมูลความถี่ต่ำเท่านั้น) ไปผ่านกระบวนการประทับจำที่กล่าวไปแล้วในส่วนข้อ 1 และ 2 ก็จะทำให้ผลการคำนวณของกระบวนการประทับจำไม่มีความผิดพลาด อันเนื่องมาจากการเกิดปัญหาเอเลียสซิง

4.2 สัญญาณสองมิติ

ถ้ากำหนดให้ $f_1([x \ y]^T)$ และ $f_2([x \ y]^T)$ คือ ภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้และนำไปผ่านวงจร

กรองเพื่อให้เฉพาะข้อมูลความถี่ต่ำของภาพ $f_1([x \ y]^T)$ และ $f_2([x \ y]^T)$ โดยวงจรกรองจะมีความถี่ $f_{CUTOFF} = f_s - f_{MAX}$ ทั้งแนวนอนและแนวตั้ง แล้วจึงนำข้อมูลความถี่ต่ำไปผ่านกระบวนการประทับจำแต่เนื่องจากกระบวนการกรองสัญญาณและกระบวนการประทับจำจะต้องคำนวณการแปลงฟูเรียร์เหมือนกัน ดังนั้นเราจะสามารถลดปริมาณการคำนวณได้โดยเมื่อวงจรกรองทำการกำจัดสัญญาณความถี่สูงแล้วจะส่งข้อมูลเชิงความถี่ของภาพให้กับกระบวนการประทับจำทันที การคำนวณมุมของภาพที่หมุนไปจะไม่ใช้ข้อมูลเชิงความถี่ของภาพทั้งหมดแต่จะใช้เฉพาะข้อมูลเชิงความถี่ในช่วง $-f_s + f_{MAX}$ ถึง $f_s - f_{MAX}$ เท่านั้น เมื่อ $\rho_{MAX} = \min((f_s - f_{MAX})/f_s)$ และการคำนวณหาระยะทางระหว่างภาพจะใช้ข้อมูลเชิงความถี่ในช่วง $-f_s + f_{MAX}$ ถึง $f_s - f_{MAX}$

การนำภาพความละเอียดต่ำมารวมกันโดยวิธีการสร้างข้อมูลภาพ (Reconstruction)

เมื่อนำภาพความละเอียดต่ำ (LR) ทั้งหมดไปผ่านกระบวนการประทับจำแล้วจะนำภาพความละเอียดต่ำและข้อมูลที่ได้จากกระบวนการประทับจำของภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพไปรวมกันเพื่อสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งดังต่อไปนี้

- 1) นำภาพความละเอียดต่ำ (LR) ที่เป็นภาพอ้างอิง (Reference) มาเพิ่มความละเอียดในแนวนอน 2 เท่า และเพิ่มความละเอียดในแนวตั้ง 2 เท่า โดยข้อมูลในตำแหน่งที่เพิ่มขึ้นมาจะกำหนดให้มีค่าเป็นศูนย์ไว้ก่อน
- 2) นำภาพความละเอียดต่ำหมายเลขที่ 1 มาปรับตำแหน่งโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากกระบวนการประทับจำ (Registration) แล้วนำข้อมูลที่ได้จากภาพความละเอียดต่ำหมายเลขที่ 1 มาเติมในตำแหน่งของภาพที่ขาดหายไป ในขั้นตอนแรก
- 3) นำภาพความละเอียดต่ำหมายเลขที่ 2 มาปรับตำแหน่งโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากกระบวนการประทับจำ (Registration) แล้วนำข้อมูลที่ได้จากภาพความละเอียดต่ำหมายเลขที่ 2 มาเติมในตำแหน่งของภาพที่ขาดหายไป

ในขั้นตอนที่ 2

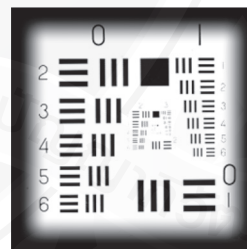
4) นำภาพความละเอียดต่ำหมายเลขที่ 3 มาปรับตำแหน่งโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากกระบวนการประทับจำ (Registration) แล้วนำข้อมูลที่ได้จากภาพความละเอียดต่ำหมายเลขที่ 3 มาเติมในตำแหน่งของภาพที่ขาดหายไป ในขั้นตอนที่ 3

5) สร้างข้อมูลของภาพที่ยังขาดหายไปทั้งหมด ในขั้นตอนที่ 3 โดยกระบวนการประมาณค่าในช่วงแบบคิวบิก (Cubic Interpolation)

จำนวนภาพความละเอียดต่ำที่ใช้สำหรับการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งจะขึ้นอยู่กับตัวแปรหลายประการ อย่างเช่นความแม่นยำของกระบวนการประทับจำ (Registration) หรือแบบจำลองที่ใช้อธิบายลักษณะของข้อมูลภาพ เป็นต้น ถ้าการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งใช้ภาพความละเอียดต่ำจำนวนมากแล้ว ภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างได้จะมีความถูกต้องเพิ่มขึ้น แต่คุณภาพของภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างขึ้นได้ก็มีข้อจำกัดหรือขอบเขตเหมือนกันหรือถึงแม้ว่าภาพความละเอียดต่ำจำนวนมากก็ตาม นอกจากนี้แล้วความไม่คมชัด สัญญาณรบกวน และความไม่แม่นยำของแบบจำลองที่ใช้อธิบายลักษณะของข้อมูลภาพจะเป็นปัจจัยประการหนึ่งที่จำกัดการเพิ่มความละเอียดของภาพความละเอียดสูงยิ่งเนื่องจากในการทดลองที่บทความนี้นำเสนอจะมีความละเอียดในการประมาณการเคลื่อนที่ที่มีความละเอียดเป็น 0.5 พิกเซล (ในแต่ละมิติ) ดังนั้นการเพิ่มความละเอียดของภาพความละเอียดสูงยิ่งจึงเพิ่มขึ้นได้เป็น 2 เท่า (ในแต่ละมิติ) หรืออัลกอริทึมที่นำเสนอจะสามารถสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งได้เป็น 4 เท่านั่นเอง ถึงแม้ว่ากระบวนการการสร้างข้อมูลภาพจะเพิ่มความละเอียดของภาพหรือเพิ่มข้อมูลภาพ แต่กระบวนการการสร้างข้อมูลภาพจะไม่มีการสร้างข้อมูลเชิงความถี่ขึ้นใหม่ ดังนั้นภาพจึงมีพลังงานเหมือนเดิม ความสัมพันธ์ระหว่างความผิดพลาดแบบ MSE (Mean Square Error) ของภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างขึ้นได้กับภาพความละเอียดสูง

ต้นแบบแสดงได้ดังภาพที่ 4 และจากผลการทดลอง (Patanavijit, 2011) จะแสดงให้เห็นได้ว่า คุณภาพของภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างขึ้นได้จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เมื่อใช้ภาพความละเอียดต่ำตั้งแต่ 1 ภาพถึง 6 ภาพ และถ้าใช้ภาพความละเอียดมากกว่า 6 ภาพ แล้วคุณภาพของภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างขึ้นได้จะเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ดังนั้นวิธีที่บทความนี้อธิบายจึงนำไปประยุกต์ใช้ภาพความละเอียดต่ำจำนวนเพียง 4 ภาพในการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งเท่านั้น และกำหนดให้ภาพความละเอียดต่ำจะมีขนาดเล็กกว่าภาพความละเอียดสูงต้นแบบเป็น 2×2 เท่า ดังนั้นการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งที่บทความนี้นำเสนอจะเพิ่มความละเอียดให้กับภาพเป็น 2×2 เท่าเช่นกัน

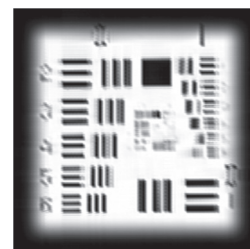
ตัวอย่างของภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างขึ้นจากภาพความละเอียดต่ำ (Patanavijit, 2011) แสดงได้ดังภาพที่ 4 (ภาพ 4 (a) คือภาพความละเอียดสูงต้นแบบ, ภาพ 4 (b) คือภาพความละเอียดต่ำ (PSNR = 16.8419 dB), ภาพ 4 (c) คือภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างขึ้น (PSNR = 16.9347 dB))



ภาพที่ 4 (a)



ภาพที่ 4 (b)



ภาพที่ 4 (c)

บทสรุป

เนื่องจากการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งโดยทั่วไปแล้วจะมีการคำนวณที่ซับซ้อนมาก ดังนั้นจึงคำนวณช้าและไม่สามารถใช้งานแบบเวลาจริง (Real Time) ได้ ดังนั้นบทความนี้ได้ทำการศึกษาและอธิบายการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งโดยใช้กระบวนการการลงทะเบียน (Registration) แบบเชิงความถี่สำหรับภาพความละเอียดต่ำที่มีปัญหาเอเลียสซิง ซึ่งวิธีสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งแบบนี้จะมีความเร็วในการคำนวณสูงแต่คุณภาพของภาพความละเอียดสูงยิ่งที่สร้างขึ้นได้จะขึ้นอยู่กับ

ลักษณะของภาพความละเอียดต่ำว่ามีลักษณะเคลื่อนที่แตกต่างกันมากหรือน้อยโดยจะมีผลต่อการคำนวณหาค่าในกระบวนการลงทะเบียนและเนื่องจากกระบวนการลงทะเบียนจะขึ้นกับการคำนวณค่าฟูรีเยร์ของรูปภาพ ดังนั้นความละเอียดหรือจำนวนพิกเซลของรูปภาพจะกำหนดความละเอียดของกระบวนการลงทะเบียน (Registration) ด้วยโดยถ้าภาพความละเอียดต่ำที่บันทึกได้มีความละเอียดต่ำแล้วความแม่นยำของกระบวนการลงทะเบียน (Registration) ก็จะลดลง

บรรณานุกรม

- Christensen-Jeffries, K., Browning, R. J., Meng-Xing T., Dunsby, C. & Eckersley, R. J. (2015). In Vivo Acoustic Super-Resolution and Super-Resolved Velocity Mapping Using Microbubbles. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 34(2), 433-440.
- Elad, M. & Feuer, A. (1997). Restoration of a Single Superresolution Image from Several Blurred, Noisy and Undersampled Measured Images. *IEEE Trans. on IP.*, 6(12), 1646-1658.
- Gou, S., Liu, S., Yang, S. & Jiao, L. (2014). Remote Sensing Image Super-Resolution Reconstruction Based on Nonlocal Pairwise Dictionaries and Double Regularization. *IEEE Journal of ST. in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 7(12), 4784-4792.
- Kang, M. G. & Chaudhuri, S. (2003). Super-Resolution Image Reconstruction. *IEEE Signal Processing Magazine*, 20(3), 19-20.
- Keren, D., Peleg, S. & Brada, R. (1988). Image Sequence Enhancement Using Subpixel Displacement. *CVPR'88*, 1988, Ann Arbor, Michigan, USA.
- Ng, M. K. & Bose, N. K. (2003). Mathematical analysis of super-resolution methodology. *IEEE Signal Processing Magazine*, 20(3), 62-74.
- Park, S. C., Park, M. K. & Kang, M. G. (2003). Super-Resolution Image Reconstruction: A Technical Overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, 20(3), 21-36.
- Patanavijit, V. (2011). The Empirical Performance Study of a Super Resolution Reconstruction Based on Frequency Domain from Aliased Multi-Low Resolution Images. *Proceeding of The 34th Electrical Engineering Conference (EECON-34)*, Dec 2011, Thailand.
- Patanavijit, V. (2016). A Conceptual Framework of Super Resolution Reconstruction (SRR) Techniques. *Panyapiwat Journal*, 8(1), 314-326.

- Quevedo, E., De La Cruz, J., Callicó, G., Tobajas, F. & Sarmiento, R. (2014). Video enhancement using spatial and temporal super-resolution from a multi-camera system. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 60(3), 420-428.
- Tsai, R. & Huang, T (1984). Multiple frame image restoration and registration. *Advances in Computer Vision and Image Processing*, 1, 317-339.
- Vandewalle, P., Susstrunk, S. & Vetterli, M. (2003). A Frequency Domain Approach to Super-Resolution Imaging from Aliased Low Resolution Images. *Department of Electrical Engineering and Computer Science*, May 2004 UC Berkeley, USA.
- Vandewalle, P., Susstrunk, S. & Vetterli, M. (2004). Double Resolution from a Set of Aliased Images. *Proceeding IS&T/SPIE Electronic Imaging 2004: Sensors and Camera Systems for Scientific, Industrial, and Digital Photography Applications V*. Jan 2004.



Name and Surname: Vorapoj Patanavijit

Highest Education: Ph.D. in Electrical Engineering,
Chulalongkorn University

University or Agency: Assumption University

Field of Expertise: He has authored and co-authored over 110 national/international peer-reviewed publications in Digital Signal Processing (DSP) and Digital Image Processing (DIP)

Address: VME Bldg., 2nd Flr., 88 Moo 8, Bang Na-Trad Km. 26,
Samuthprakarn 10540