ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้

A Mathematical Model SEIR for Controlling the Spread of Chickenpox by Education Campaign

อนุวัตร จิรวัฒนพาณิช[1], อนุรักษ์ วีระประเสริฐสกุล[2]
สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย[2], จุฬาลักษณ์ ใจอ่อน[2]
Anuwat Jirawatphanit[1], Anurak Veeraprasertsakul[2]
Sudatip Hanchengchai[2], Julaluk Jai-oon[2]

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้ วิเคราะห์ตัวแบบโดยใช้วิธีมาตรฐาน ศึกษาจุดสมดุล ศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล หาคำตอบเชิงวิเคราะห์ ศึกษาประสิทธิภาพของการรณรงค์ให้ความรู้ (ω) ในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคำตอบเชิงตัวเลข

ผลการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พบว่า ณ จุดสมดุลไม่มีโรค เมื่อประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้ (ω =0.5) มีค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) เท่ากับ 0.914 และ ณ จุดสมดุลที่มีโรคเมื่อประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้ (ω =0) มีค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) เท่ากับ 1.827 และประสิทธิภาพของการรณรงค์ให้ความรู้เป็นปัจจัยที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคอีสุกอีใสและปฏิบัติตามสมมติฐานที่ตั้งไว้มากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนไม่มีการแพร่ระบาดของโรค

[1] อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต
[2] อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

คำสำคัญ : ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, โรคอีสุกอีใส, การควบคุมการแพร่ระบาดของโรค, การรณรงค์ให้ความรู้

Abstract

The objective of this research is to develop and evaluate stability of mathematical modeling for controlling the spread of Chickenpox on Education Campaign. The model is analyzed using standard methods, the equilibrium point, stability of the equilibrium points and analytic solutions. The effectiveness of Education Campaign (ω) in mathematical modeling and numerical solutions is studied.

The analysis model found that the stability of equilibrium points when the effectiveness of Education Campaign $\omega = 0.5$, have basic reproductive number R_0 =0.914, and the effectiveness of Education Campaign $\omega = 0$, the disease endemic equilibrium R_0 =1.827. The effectiveness of Education Campaign is the factor affecting to the mathematical modeling. If the risk of infection's population has Education Campaign and follow hypothesis increase then the spread of Chickenpox decreased until no epidemic.

Keyword : Mathematical model, Chickenpox, Control the spread, Education Campaign

บทนำ

คณิตศาสตร์ได้เข้ามามีบทบาทเกี่ยวข้องในการดำรงชีวิตของมนุษย์ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้หลากหลาย โดยเฉพาะทางการแพทย์ คณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้เพื่อจำลองการเกิดโรคและการควบคุมโรคต่างๆ รวมทั้ง

เป็นเครื่องมือช่วยทำความเข้าใจเกี่ยวกับสุขภาพหลายๆ ด้าน อาทิ สภาพแวดล้อม ที่ทำให้เกิดโรคต่างๆ การป้องกันโรค การทดสอบปริมาณยา เป็นต้น ปัจจุบัน การเปลี่ยนแปลงของสภาพภูมิอากาศ สิ่งแวดล้อมเป็นสาเหตุให้เกิดโรคที่ติดต่อได้ง่าย มีการแพร่ระบาดอย่างรวดเร็วส่งผลต่อสุขภาพทำให้มนุษย์เสียชีวิตได้ง่าย ดังนั้นจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้ แก้ปัญหาช่วยให้มนุษย์มีคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น (ธีรวัฒน์ นาคะบุตร, 2546)

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงบทบาทและประโยชน์ ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีส่วนช่วยในการแก้วิกฤตการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นจากโรคภัย ต่างๆ โดยจะจำลองประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ตัวเชื้อโรค ตัวพาหะนำโรค และผู้ติด เชื้อ โดยแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายลักษณะการระบาด และการดำเนินของโรคโดยที่ผู้วิจัยไม่จำเป็นต้องไปศึกษากับมนุษย์โดยตรงซึ่งอาจเกิด อันตรายต่อชีวิตของผู้วิจัยและผู้ป่วยได้ อีกทั้งยังช่วยลดงบประมาณสำหรับการหา มาตรการการป้องกันและการรักษาโรคตามความต้องการที่แท้จริงได้อย่างรวดเร็วและ เหมาะสมมากที่สุด (Bureau of Epidemiology, 2016)

โรคอีสุกอีใสมีลักษณะอาการเป็นผื่นแดงราบ ตุ่มใส ตุ่มหนอง กระจายตาม หน้า ลำตัว และแผ่นหลัง และมีไข้ เกิดจากเชื้อไวรัสที่มีชื่อว่า ไวรัสวาริเซลลา (Varicella virus) หรือ Human herpes virus type 3 เป็นเชื้อไวรัสชนิดเดียวกับที่ทำให้เกิดงูสวัด ติดต่อโดยการสัมผัสถูกตุ่มน้ำโดยตรงหรือสัมผัสถูกของใช้ เช่น แก้วน้ำ ผ้าเช็ดหน้า ผ้าเช็ดตัว ผ้าห่ม ที่นอน เป็นต้น ที่เปื้อนถูกตุ่มน้ำของคนที่เป็นอีสุกอีใสหรืองูสวัดหรือ สูดหายใจเอาละอองของตุ่มน้ำผ่านเข้าทางเยื่อเมือก ระยะฟักตัว 10-20 วัน ในรายที่ เป็นงูสวัดสามารถติดต่อในรูปแบบของอีสุกอีใสได้โดยเฉพาะมารดาที่ให้นมบุตร (อภิชาต ศิวยาธร, 2550)

อาการของโรคมักจะมีไข้สูง มีอาการปวดเมื่อยตามเนื้อตัวคล้ายไข้หวัด ขณะเดียวกันจะมีผื่นขึ้นพร้อมๆ กับวันที่เริ่มมีไข้หรือ 1 วันหลังมีไข้โดยในระยะแรกจะ ขึ้นเป็นผื่นแดงราบก่อน ต่อมาจะกลายเป็นตุ่มนูน มีน้ำใสๆ และคัน ต่อมาอีก 2-3 วันจะ ตกสะเก็ด ผื่นและตุ่มเหล่านี้จะขึ้นตามไรผมก่อนแล้วกระจายไปตามใบหน้าลำตัว และ

แผ่นหลัง บางคนจะมีตุ่มขึ้นในช่องปากทำให้ปากและลิ้นเปื่อย จะเกิดอาการเจ็บคอ บางคนอาจไม่มีไข้ มีเพียงผื่นและตุ่มขึ้นเท่านั้น เด็กวัยรุ่นและผู้ใหญ่มักจะมีอาการรุนแรงและมีตุ่มขึ้นมากกว่าเด็ก โดยทั่วไปผื่นจะหายได้โดยไม่มีแผลเป็น โรคนี้เมื่อหายแล้วมักจะมีเชื้อหลบซ้อนอยู่ที่ปมประสาท ซึ่งอาจจะออกมาเป็นงูสวัดในภายหลังได้ (สำนักระบาดวิทยา, 2559)

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส ทำให้ทราบผลลัพธ์จากตัวแบบและการแพร่ระบาดของโรคช่วยให้ผู้วิจัยเข้าใจถึงปัจจัยที่สามารถควบคุมการแพร่ระบาดของโรคได้ รวมทั้งมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการติดต่อของโรค นอกจากนั้นจุดเด่นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังสามารถปรับเปลี่ยนลักษณะเฉพาะของโรคระบาดและค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับโรคได้ ซึ่งในขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะช่วยให้เข้าใจวิวัฒนาการของการแพร่ระบาดและเข้าใจถึงมาตรการควบคุมโรค (Kribs-Zaleta and Valesco-Hernández, 2000) ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้ของการศึกษานี้จะเป็นประโยชน์อย่างสูงในการลดความเสี่ยงของการติดเชื้ออีสุกอีใสและการควบคุมโรคอีสุกอีใส การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากงานวิจัยเรื่องแบบจำลองการระบาดของโรคอีสุกอีใสในประเทศไทยของอรวรรณ ตันสุยและพันธนี พงศ์สัมพันธ์ (2556) โดยเพิ่มปัจจัยการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้เป็นมาตรการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส (JantrapronSukawat and Surapol Naowarat, 2014)

จากเหตุข้างต้นผู้วิจัยได้ตระหนักและเห็นประโยชน์ที่ได้รับจึงดำเนินการวิจัยเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส โดยการรณรงค์ให้ความรู้ซึ่งผู้วิจัยได้เพิ่มค่าพารามิเตอร์ของประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้เป็นปัจจัยสำหรับการศึกษาในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับป้องกันและควบคุมโรคอีสุกอีใสที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

วัตถุประสงค์

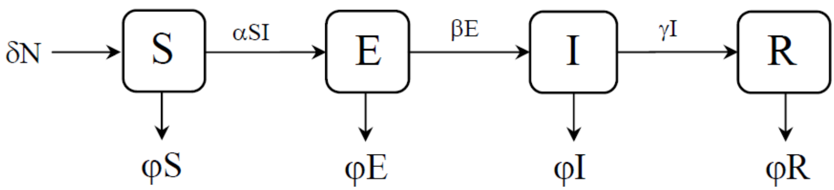
1. เพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้

2. เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้

วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้ซึ่งมีวิธีดำเนินการวิจัย 3 ขั้นตอน (Jantrapron Sukawat and Surapol Naowarat, 2014) ดังนี้

1. **การพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** ผู้วิจัยได้ศึกษาแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Biophysics Group, 2009) ดังนี้



ภาพ 1 องค์ประกอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR ของการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส

เมื่อ S เป็นจำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ เวลา t ใดๆ, E เป็นจำนวนคนที่ติดเชื้อแต่ไม่ถ่ายทอดเชื้อ ณ เวลา t ใดๆ, I เป็นจำนวนคนที่ติดเชื้อ ณ เวลา t ใดๆ, R เป็นจำนวนคนที่หายป่วยจากโรค ณ เวลา t ใดๆ, δ เป็นอัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์, α เป็นอัตราการสัมผัสเชื้อ, β เป็นอัตราการฟักตัวของเชื้อ, γ เป็นอัตราการมี

ภูมิคุ้มกัน, φ เป็นอัตราการตายโดยธรรมชาติและ N เป็นจำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมดซึ่งการศึกษาในครั้งนี้ได้กำหนดให้จำนวนประชากรมนุษย์คงที่

2. การตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้ เป็นการตรวจสอบความถูกต้องของตัวแบบโดยผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องกับศาสตร์นี้โดยตรง ได้แก่ นักระบาดวิทยาและนักคณิตศาสตร์

3. การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน (Standard Method) โดยศึกษาจุดสมดุลและศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุลเพื่อหาเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของจุดสมดุล หาค่าระดับการติดเชื้อโดยใช้วิธี Next Generation Method หาคำตอบเชิงวิเคราะห์และคำตอบเชิงตัวเลขโดยวิธี Numerical Analysis (Anderson and May, 1991) ดังนี้

3.1 การวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน (Standard Method)

การวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐานเป็นวิธีการศึกษาหาจุดสมดุล ค่าระดับการติดเชื้อและเสถียรภาพของระบบ ได้ดังนี้

3.1.1 การหาจุดสมดุล (Equilibrium Point)

การหาจุดสมดุลดำเนินการโดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้เท่ากับศูนย์ คือ $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$ จากสมการข้างต้นจะได้ค่า ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) โดยกำหนดให้ $\bar{E} = 0$ จะได้ $\bar{I} = 0$ และแทนในสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นจะได้ $\bar{S} = 1$ ดังนั้น $E_0(\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}) = E_0(1, 0, 0)$ และ ณ จุดสมดุลที่มีโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) โดยกำหนดให้ $\bar{E}^* \neq 0$ และ $\bar{E}^* > 0$ จะได้ $E_1(\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*)$

3.1.2 การหาค่าระดับการติดเชื้อ (Basic Reproductive Number: R_0)

ค่าระดับการติดเชื้อเป็นค่าเฉลี่ยที่ผู้ป่วยหนึ่งคนจะสามารถทำให้คนกลุ่มเสี่ยงป่วยเป็นจำนวนกี่คนในช่วงของเวลาที่เขายังป่วยอยู่ โดยใช้วิธีการ Next

Generation Method โดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นในรูป $\frac{dX}{dt} = F(X) - V(X)$ เพื่อหาค่า R_0 จากเมตริกซ์ $\rho(FV^{-1})$ ซึ่ง $F(X)$ คือเมตริกซ์ของผู้ป่วยที่เพิ่มขึ้น, $V(X)$ คือเมตริกซ์ของผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่งได้จากอนุพันธ์ย่อย (Partial Derivative) ดังนี้

$$X = \begin{bmatrix} S \\ E \\ I \end{bmatrix},\ F = \left[\frac{\partial F_i(E_0)}{\partial X_i}\right] \text{ และ } V = \left[\frac{\partial V_i(E_0)}{\partial X_i}\right]$$ โดยพิจารณาค่า R_0 ดังนี้

1. ถ้า $R_0 > 1$ แสดงว่า โรคมีการระบาดเพิ่มขึ้น (Epidemic)
2. ถ้า $R_0 = 1$ แสดงว่า โรคเริ่มเสถียร (Endemic)
3. ถ้า $R_0 < 1$ แสดงว่า โรคไม่มีการระบาด

3.1.3 การวิเคราะห์เสถียรภาพ (Stability Analysis) เป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะ (Eigen Value) เพื่ออธิบายคำตอบของสมการเกี่ยวกับค่าความสมดุลสำหรับตรวจสอบว่าเป็น Local Asymptotically Stable มี 2 กรณี ดังนี้

1) Local Asymptotically Stable ณ จุด E_0 ของจุดสมดุลที่ไม่มีโรคโดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่ไม่มีโรค (E_0) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_0 - \lambda I) = 0$, J_0 คือจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ จุด E_0 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงต้องเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwizt ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 < 1$

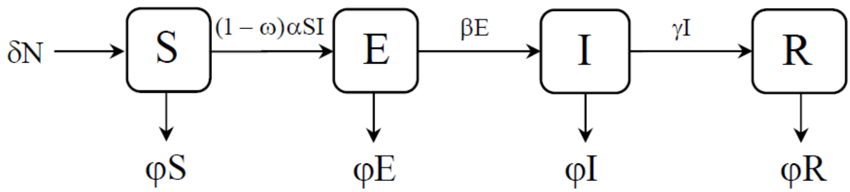
2) Local Asymptotically Stable ณ จุด E_1 ของจุดสมดุลที่มีโรคโดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_1) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_1 - \lambda I) = 0$, J_1 คือจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ จุด E_1 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงต้องเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwizt ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 > 1$

3.2 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis)

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขเป็นการพิจารณาหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้จุดสมดุลที่ไม่มีโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) และจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) ที่ทำให้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นเป็น Local Asymptotically Stable เพื่อนำค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณหาคำตอบเชิงตัวเลขโดยจำลองแบบด้วยโปรแกรม Matlab (สุกัลยา ศรีสุริฉัน, 2559)

การสร้างตัวแบบและการวิเคราะห์ตัวแบบ

การสร้างและวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐานจากการวิจัยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้ สามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยผู้วิจัยสนใจศึกษาประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้ (ω) ดังภาพ 2 ดังนี้



ภาพ 2 ความสัมพันธ์และองค์ประกอบของการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้

จากภาพ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการส่งให้ผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องได้แก่ ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์และบุคลากรทางการแพทย์ ช่วยตรวจสอบแผนภาพและสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น เมื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ ผู้วิจัยได้ทำการแก้ไข ปรับปรุงตามคำแนะนำแล้วนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้มาวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน ซึ่งจากภาพ 2 ได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น (Kermack and McKendrick, 1927) ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = \delta N - (1-\omega)\alpha SI - \varphi S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = (1-\omega)\alpha SI - \beta E - \varphi E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - \gamma I - \varphi I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \varphi R \quad (4)$$

โดยที่ $N = S + E + I + R$ จากสมการ (1) - (4) ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ได้ผลดังนี้

เมื่อกำหนดให้ $\bar{S} = \frac{S}{N}$, $\bar{E} = \frac{E}{N}$, $\bar{I} = \frac{I}{N}$ และ $\bar{R} = \frac{R}{N}$ สามารถจัดสมการ (1)-(4) ใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \delta - \bar{S}[(1-\omega)\alpha \bar{I}N + \delta] \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = (1-\omega)\alpha N\bar{S}\bar{I}N - \bar{E}(\beta + \varphi) \quad (6)$$

$$\frac{d\bar{I}}{dt} = \beta\bar{E} - \bar{I}(\gamma + \varphi) \quad (7)$$

และ $\bar{R}$ สามารถหาได้จากเงื่อนไข $\bar{S} + \bar{E} + \bar{I} + \bar{R} = 1$ จะได้ $\bar{R} = 1 - (\bar{S} + \bar{E} + \bar{I})$

4.1 **การหาจุดสมดุล** (Equilibrium Point)

เนื่องจาก $\frac{dN}{dt} = F(X)$ โดยที่ $F(X) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$ และ $X = (S, E, I)^t$ ดังนั้น เมื่อกำหนดให้จำนวนประชากรทั้งหมดเป็นค่าคงที่ นั่นคือ $\frac{dN}{dt} = 0$ จะได้

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dS}{dt} + \frac{dE}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt}$$

ดังนั้น $0 = \delta N - \varphi N$ จะได้ $\varphi = \delta$

เมื่อกำหนดให้ $\frac{d\bar{S}}{dt}=0$, $\frac{d\bar{E}}{dt}=0$, $\frac{d\bar{I}}{dt}=0$ จากสมการ (5), (6) และ (7) จะได้

$$\bar{S}^* = \frac{\delta}{(1-\omega)\alpha N\bar{I}^* + \delta} \quad (8),\quad \bar{E}^* = \frac{\delta}{(\beta+\delta)} - \frac{\gamma\delta+\delta^2}{(1-\omega)\alpha\beta N} \quad (9) \text{ และ } \bar{I}^* = \frac{\beta\bar{E}^*}{\gamma+\delta} \quad (10)$$

เสถียรภาพของจุดสมดุลสามารถพิจารณาจากค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ จากสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น (5)-(7) สามารถแปลงเป็นจาโคเบียนเมตริกซ์ ได้ดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} -[(1-\omega)\alpha N\bar{I}+\delta] & 0 & -(1-\omega)\alpha N\bar{S} \\ (1-\omega)\alpha N\bar{I} & -(\beta+\delta) & (1-\omega)\alpha N\bar{S} \\ 0 & \beta & -(\gamma+\delta) \end{bmatrix}$$

และพิจารณาค่าลักษณะเฉพาะได้จาก $\det(J-\lambda I_3)=0$ เมื่อ I_3 คือเมตริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 3×3

4.1.1 **การหาจุดสมดุลไม่มีโรค** (Disease Free Equilibrium Point)

กำหนดให้ $\bar{E}=0$ ในสมการที่ (10) จะได้ $\bar{I}=0$ และแทน $\bar{I}=0$ ในสมการ (8) จะได้ $\bar{S}=1$ ดังนั้น $E_0(\bar{S},\bar{E},\bar{I})=E_0(1,0,0)$ เสถียรของระบบ (Stability of Systems) ที่จุด E_0 โดยดำเนินการหาสมการลักษณะเฉพาะ $\det(J_0-\lambda I)=0$ เพื่อหาค่า λ เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ (Eigen Values) และ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 3 x 3 ดังนี้

$$J_0 = \begin{bmatrix} -\delta & 0 & -(1-\omega)\alpha N^2 \\ 0 & -(\beta+\delta) & (1-\omega)\alpha N^2 \\ 0 & \beta & -(\gamma+\delta) \end{bmatrix}$$

$$\det(J_0-\lambda I) = \begin{vmatrix} -\delta-\lambda & 0 & -(1-\omega)\alpha N^2 \\ 0 & -(\beta+\delta)-\lambda & (1-\omega)\alpha N^2 \\ 0 & \beta & -(\gamma+\delta)-\lambda \end{vmatrix}$$

จะได้

$$= (-\delta-\lambda)[\lambda^2 + (\beta+\gamma+2\delta)\lambda + \beta\gamma + \delta\gamma + \beta\delta + \delta^2 - \beta(1-\omega)\alpha N^2]$$

ดังนั้น

$$(\lambda+\delta)[\lambda^2+(\beta+\gamma+2\delta)\lambda+\beta\gamma+\delta\gamma+\beta\delta+\delta^2-\beta(1-\omega)\alpha N^2]=0$$

จะได้ $\lambda_1=-\delta<0$ และ

$$\lambda_{2,3}=\frac{-(\beta+\gamma+2\delta)\pm\sqrt{(\beta+\gamma+2\delta)^2-4[\beta\gamma+\delta\gamma+\beta\delta+\delta^2-\beta(1-\omega)\alpha N^2]}}{2}$$

จะพบว่า λ_2 และ λ_3 ส่วนจริงมีค่าเป็นลบเมื่อ

$$\beta+\gamma+2\delta>\sqrt{(\beta+\gamma+2\delta)^2-4[\beta\gamma+\delta\gamma+\beta\delta+\delta^2-\beta(1-\omega)\alpha N^2]}$$

ดังนั้น จุดสมดุลภายใต้สภาวะไม่มีโรคมีเสถียร เมื่อ $R_0<1$ โดยที่ $R_0=\dfrac{(1-\omega)\alpha\beta N}{(\beta+\varphi)(\gamma+\varphi)}$

4.1.2 **การหาจุดสมดุลที่มีโรค** (Disease Endemic Equilibrium Point)

กำหนด $\bar{E}\neq 0$ และ $\bar{E}>0$ พิจารณา $E_1(\bar{S}^*,\bar{E}^*,\bar{I}^*)$ ซึ่งได้จาก

$$(\bar{S}^*,\bar{E}^*,\bar{I}^*)=\left[\frac{\delta}{(1-\omega)\alpha N\bar{I}^*+\delta},\ \frac{\delta}{\beta+\delta}-\frac{(\gamma+\delta)\delta}{(1-\omega)\alpha\beta N},\ \frac{\beta\bar{E}^*}{\gamma+\delta}\right]$$

ดังนั้น สมการลักษณะเฉพาะที่จุด $E_1(\bar{S}^*,\bar{E}^*,\bar{I}^*)$ โดยให้ $\det(J_1-\lambda I)=0$ เพื่อหาค่า λ เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ (Eigen Values) และ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 3 x 3 ดังนี้

$$J_1=\begin{bmatrix}-(1-\omega)\alpha N\bar{I}^*-\delta & 0 & -(1-\omega)\alpha N\bar{S}^*\\ (1-\omega)\alpha N\bar{I}^* & -(\beta+\delta) & (1-\omega)\alpha N\bar{S}^*\\ 0 & \beta & -(\gamma+\delta)\end{bmatrix}$$

$$\det(J_1-\lambda I)=\begin{vmatrix}-[(1-\omega)\alpha N\bar{I}^*+\delta]-\lambda & 0 & -(1-\omega)\alpha N\bar{S}^*\\ (1-\omega)\alpha N\bar{I}^* & -(\beta+\delta)-\lambda & (1-\omega)\alpha N\bar{S}^*\\ 0 & \beta & -(\gamma+\delta)-\lambda\end{vmatrix}$$

$$=\lambda^3+[(1-\omega)\alpha N\bar{I}^*+\beta+\gamma+3\delta]\lambda^2+[((1-\omega)\alpha N\bar{I}^*+\delta)(\beta+\gamma+2\delta)-(1-\omega)\alpha\beta N\bar{S}^*]\lambda$$
$$-[2\beta(1-\omega)^2\alpha^2N^2\bar{I}^*\bar{S}^*+(1-\omega)\alpha\beta\delta N\bar{S}^*]$$

ดังนั้น

$$\lambda^3+[(1-\omega)\alpha N\bar{I}^*+\beta+\gamma+3\delta]\lambda^2+[((1-\omega)\alpha N\bar{I}^*+\delta)(\beta+\gamma+2\delta)-(1-\omega)\alpha\beta N\bar{S}^*]\lambda$$

$$-[2\beta(1-\omega)^2\alpha^2N^2\bar{I}^*\bar{S}^* + (1-\omega)\alpha\beta\delta N\bar{S}^*] = 0$$ จัดในรูป

$\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ เมื่อ $a = (1-\omega)\alpha N\bar{I}^* + \beta + \gamma + 3\delta$,

$b = ((1-\omega)\alpha N\bar{I}^* + \delta)(\beta + \gamma + 2\delta) - (1-\omega)\alpha\beta N\bar{S}^*$ และ

$c = -[2\beta(1-\omega)^2\alpha^2N^2\bar{I}^*\bar{S}^* + (1-\omega)\alpha\beta\delta N\bar{S}^*]$

ดังนั้น λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ (Eigen Values) โดยหาได้จากสมการลักษณะเฉพาะจากสมการ $\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ จะได้ว่า $ab > c$ นั้นคือสมการ $\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz

4.2 **การหาค่าระดับการติดเชื้อ** (Basic Reproductive Number: R_0)

การหาค่าระดับการติดเชื้อหาค่ารัศมีที่โดดเด่น (Spectral Radius) ของ FV^{-1} โดยใช้วิธีการ Next Generation Method ซึ่งได้จากสมการ (1) - (4) จะได้เมตริกซ์ ในรูป $\frac{dX}{dt} = F(X) - V(X)$ เพื่อหาค่ารัศมีที่โดดเด่นจากเมตริกซ์ FV^{-1} ซึ่ง $F(X)$ และ $V(X)$ ได้จากอนุพันธ์ย่อย (Partial Derivative) ดังนี้

$$X = \begin{bmatrix} S \\ E \\ I \\ R \end{bmatrix},\ F = \left[\frac{\partial F_i(E_0)}{\partial X_i}\right] \text{ และ } V = \left[\frac{\partial V_i(E_0)}{\partial X_i}\right]$$

เมื่อ $F(X)$ คือเมตริกซ์ของผู้ป่วยที่เพิ่มขึ้น, $V(X)$ คือเมตริกซ์ของผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่งโดยพิจารณาค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) ดังนี้

$$F(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ (1-\omega)\alpha SI \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ}$$

$$V(X) = \begin{bmatrix} -\delta N + (1-\omega)\alpha SI + \varphi S \\ \beta E + \varphi E \\ -\beta E + \gamma I + \varphi I \\ -\gamma I + \varphi R \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $$FV^{-1}(E_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{(1-\omega)\alpha\beta N}{(\beta+\varphi)(\gamma+\varphi)} & \dfrac{(1-\omega)\alpha N}{\gamma+\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ คำนวณหาค่า

Spectral Radiusของ $FV^{-1}(E_0)$ เขียนแทนด้วย $\rho[FV^{-1}(E_0)] = \dfrac{(1-\omega)\alpha\beta N}{(\beta+\varphi)(\gamma+\varphi)}$

จะได้ $R_0 = \dfrac{(1-\omega)\alpha\beta N}{(\beta+\varphi)(\gamma+\varphi)}$

ดังนั้น จุดสมดุลภายใต้สภาวะการระบาดมีเสถียรภาพเมื่อ $R_0 > 1$ โดย $R_0 = \dfrac{(1-\omega)\alpha\beta N}{(\beta+\varphi)(\gamma+\varphi)}$ โดยพิจารณา ดังนี้ 1) ค่า R_0 ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคมีค่า $R_0 < 1$ จะไม่เกิดการแพร่ระบาด และ 2) ค่า R_0 ณ จุดสมดุลที่มีโรคมีค่า $R_0 > 1$ จะเกิดการแพร่ระบาด (Kermack and McKendrick, 1927)

4.3 **การวิเคราะห์เชิงตัวเลข** (Numerical analysis)

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยการนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส ซึ่งมีค่าตามตารางดังนี้

ตาราง 1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส

ข้อความ	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
จำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด	N	100,000	คน
อัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์*	δ	3.068×10^{-5}	ต่อวัน
อัตราการสัมผัสเชื้อ*	α	1.44×10^{-6}	ต่อวัน
อัตราการฟักตัวของเชื้อ	β	1.8356×10^{-4}	ต่อวัน
อัตราการตายโดยธรรมชาติ*	φ	1.89×10^{-5}	ต่อวัน
อัตราการมีภูมิคุ้มกัน*	γ	7.143×10^{-2}	ต่อวัน
ประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้	ω	0 - 1	

*สำนักระบาดวิทยากรมควบคุมโรคกระทรวงสาธารณสุข, (2559)

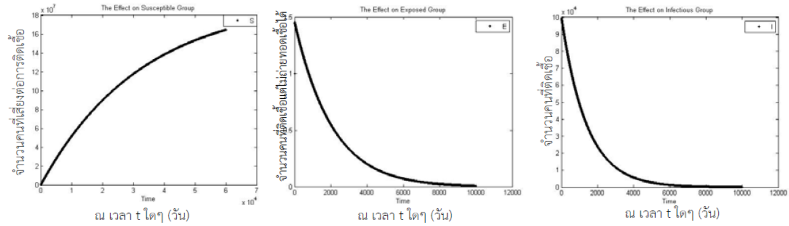
ผู้วิจัยได้ศึกษาประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้แล้วหาค่าระดับการติดเชื้อ (Basic Reproductive Number : R_0) พบความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้กับค่าระดับการติดเชื้อได้ดังตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้กับค่าระดับการติดเชื้อ

ประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้ (ω)	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.85	1.0
ค่าระดับการติดเชื้อ (R_0)	1.827	1.645	1.462	1.279	1.096	0.914	0.731	0.548	0.365	0.274	0

จากตาราง 2 พบว่าค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) มีค่า $R_0 < 1$ เมื่อประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้ ω>0.5 วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลจะไม่มีโรคจึงไม่เกิดการแพร่ระบาดของโรคและค่า $R_0 > 1$ เมื่อประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้ ω<0.4 วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลมีโรคจึงเกิดการแพร่ระบาดของโรค

เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะ λ_1 =- 0.00003068, λ_2 = -0.14295845 และ λ_3 =-0.00039139 ซึ่งทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Huewitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่จุด E_0 = (100000, 0, 0) ดังนั้น จุดสมดุลไม่มีโรค E_0 จะเป็น Local Asymptotically (Fred Brauer, Pauline den Driessche and Jianhong Wu (Eds.), 2008) ดังภาพ 3

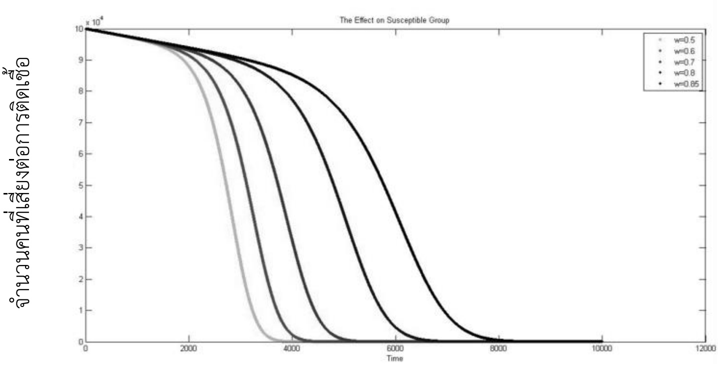


(a) (b) (c)

ภาพ 3 (a) แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง ณ เวลา t ใดๆ
(b) แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อแต่ไม่ถ่ายทอดเชื้อ ณ เวลา t ใดๆ
(c) แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ ณ เวลา t ใดๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีโรค

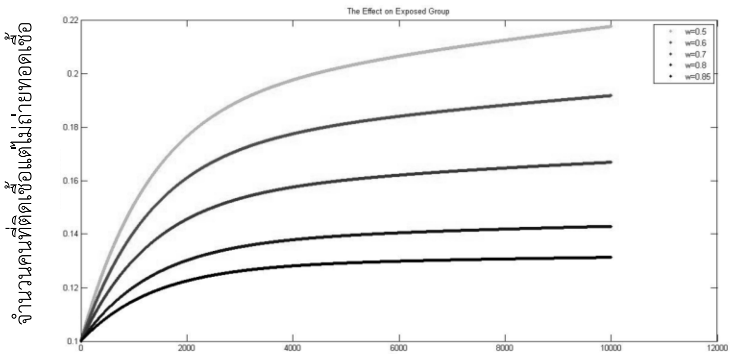
เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่มีโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะจากสมการ $\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ โดยที่ a=0.071736517, b=-0.00000870034, ab=-0.000000624132

และ c=-0.00000000101143จะได้ว่า $ab > c$ นั้นคือสมการ $\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่จุด $E_1(\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*)$ ดังนั้น จุดสมดุลที่มีโรค $E_1(\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*)$ จะเป็น Local Asymptotically เมื่อแทนค่า ω=0.5, 0.6, 0.7, 0.8, และ0.85 ตามลำดับดังภาพ 4, 5 และ6 ดังนี้



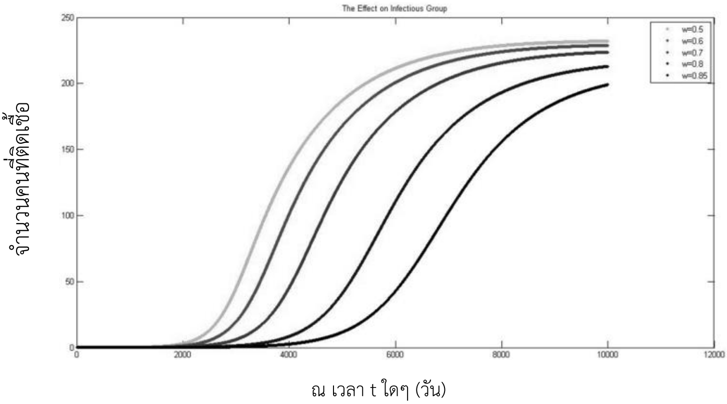
ณ เวลา t ใดๆ (วัน)

ภาพ 4 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง ($\bar{S}$) ณ เวลา t ใดๆ เมื่อค่า ω =0.5, 0.6, 0.7, 0.8, และ 0.85 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค



ณ เวลา t ใดๆ (วัน)

ภาพ 5 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อแต่ไม่ถ่ายทอดเชื้อ ($\bar{E}$) ณ เวลา t ใดๆ เมื่อค่า ω =0.5, 0.6, 0.7, 0.8, และ 0.85 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค



ภาพ 6 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ $(\bar{I})$ ณ เวลา t ใดๆ เมื่อค่า ω =0.5, 0.6, 0.7, 0.8, และ 0.85 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

จากการศึกษาพบว่าประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้ออีสุกอีใสมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคอีสุกอีใสน้อยจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้น และถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้ออีสุกอีใสมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคอีสุกอีใสเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของเชื้ออีสุกอีใสและจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคอีสุกอีใสเป็นจำนวนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50 ของประชากรทั้งหมด จะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของเชื้อ

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้และวิเคราะห์

เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส โดยการรณรงค์ให้ความรู้

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วยประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่ถ่ายทอดเชื้อ ประชากรที่ติดเชื้อ และประชากรที่หายป่วยจากโรคซึ่งผู้วิจัยได้เพิ่มค่าพารามิเตอร์ประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้ (ω) เป็นปัจจัยสำคัญในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้วใช้วิธีการวิเคราะห์วิธีมาตรฐาน และวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับตรวจสอบการแพร่ระบาดของโรค

ผู้วิจัยได้พิจารณาจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรคโดยการวิเคราะห์จุดสมดุลและเสถียรภาพของจุดสมดุลด้วยวิธีการวิเคราะห์วิธีมาตรฐาน ซึ่งค่าเสถียรภาพของระบบ Local Asymptotical Stable ที่ได้ต้องเป็นไปตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz เพื่อให้สามารถหาค่าพารามิเตอร์ R_0 ซึ่งมีความจำเป็นภายใต้เงื่อนไขเพื่อให้Local Asymptotically stability of Equilibrium State ที่มีเสถียรในส่วนของจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรคโดยที่ $R_0 = \dfrac{(1-\omega)\alpha\beta N}{(\beta+\varphi)(\gamma+\varphi)}$ สามารถพิจารณาค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) โดยค่า $R_0 < 1$ วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลจะไม่มีโรคจึงไม่เกิดการแพร่ระบาดของโรคและค่า $R_0 > 1$ วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลมีการติดเชื้อจึงเกิดการแพร่ระบาดของโรค (JantrapronSukawat and Surapol Naowarat, 2014) จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขพบว่าจุดสมดุลทั้งสองเป็นLocal Asymptotical Stable ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค เมื่อ ω =0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.85 พบว่าค่าระดับการติดเชื้อ

R_0 =0.731, 0.548, 0.365, 0.274 ตามลำดับและ ณ จุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค เมื่อ ω =0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 พบว่าค่าระดับการติดเชื้อ R_0 =1.827, 1.645, 1.462, 1.279, 1.096 ตามลำดับ

จากการวิจัยพบว่าประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้เป็นผลปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้ออีสุกอีใสมี

ความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคอีสุกอีใสน้อยจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้น และถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้ออีสุกอีใสมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคอีสุกอีใส เป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของเชื้ออีสุกอีใส (อรวรรณ ตันสุยและพันธนี พงศ์สัมพันธ์ , 2556) ดังนั้นสามารถนำผลจากการวิจัยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้นำไปใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการป้องกันโรคเพื่อลดจำนวนผู้ป่วยและใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการให้กับหน่วยงานที่เฝ้าระวังของสำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข รวมทั้งนำเสนอข้อมูลต่อหน่วยงานด้านสาธารณสุขดำเนินการมาตรการควบคุมและป้องกันโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้ให้กับประชาชนทั่วไปที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ และผู้ป่วยอีสุกอีใสเพศหญิงเป็นจำนวนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50 ของประชากรทั้งหมด

ข้อเสนอแนะ

1. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้จากการศึกษาในครั้งนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับโรคชนิดอื่นที่มีลักษณะการแพร่กระจายจากการสัมผัสและแพร่ระบาดคล้ายกับโรคอีสุกอีใสได้

2. สามารถวิจัยและศึกษาองค์ประกอบอื่นๆที่มีผลต่อการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการเพิ่มค่าพารามิเตอร์อื่นๆได้แก่ การกักกันผู้ติดเชื้อ การฉีดวัคซีนป้องกันโรค เป็นต้น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ตที่ให้การสนับสนุน วัสดุและอุปกรณ์และสถานที่ในการดำเนินการวิจัย

เอกสารอ้างอิง

ธีรวัฒน์ นาคะบุตร. (2546). **ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์**. นครปฐม: สถาบันราชภัฏนครปฐม.

สุกัลยา ศรีสุริฉัน. (2559). **การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์**. [Online]. http://elearning.nsru.ac.th/web_elearning/math_model/introduction.html, (13 August 2016)

สำนักระบาดวิทยา. (2559). **โรคอีสุกอีใส (Chickenpox)**. [Online]. http://www.boe.moph.go.th/boedb/surdata/disease.php?ds=15, (15 มกราคม 2558)

อภิชาต ศิวยาธร. (2550). **โรคผิวหนังต้องรู้สำหรับเวชปฏิบัติทั่วไป**. (พิมพ์ครั้งที่ 8). สำนักพิมพ์หมอชาวบ้าน: กรุงเทพฯ.

อรวรรณ ตันสุยและพันธนี พงศ์สัมพันธ์. (2556). **แบบจำลองการระบาดของโรคอีสุกอีใสในประเทศไทย**. วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง, 22(1) : 39-52.

Anderson, R.M., and May, R.M.. (1991). **Infectious diseases of humans: dynamics and control.** Oxford : Oxford University Press.

Biophysics Group. (2009). **Mathermatics Model of Transmission.** Faculty of science, MahidolUniversity.

Bureau of Epidemiotogy. (2016). **chickenpox.** [Online]. http://rnnvw.boe.moph.go.th/facchickenpox, (13 August 2016)

Fred Brauer, Pauline den Driessche and Jianhong Wu (Eds.). (2008). **Mathematical Epidemiology**. Vancouver, B.C. V6T 1Z2, Canada : Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Kribs-Zaleta, C.M. and Valesco-Hernández, J.X.. (2000). **A simple vaccination model with multiple endemic states.** Mathematical Biosciences, 164 (2) : 183–201.

Jantrapron Sukawat and Surapol Naowarat. (2014). **Effect of Rainfall on the transmission Model of Conjunctivitis**. Advanced in Environmental Biology, 8(14) : 99-104.

Kermack, W. O. and McKendrick, A. G. (1927). **A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics.** Proc. Roy. Soc. Lond. A 115: 700-721.