

การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 Misconceptions in Mathematics Learning of Basic Knowledge on Real Numbers of 8th Grade Students

สมพร พลจันทร์¹ สมทรง สุวพานิช² และ อรุณี จันท์ศิลา³

Somporn Polakhun,¹ Somsong Suwapanich² and Arunee Jansila³

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้ เพื่อทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์เฉพาะดังนี้ คือ เพื่อศึกษาแบบรูป สาเหตุ และแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนห้องชัยวิทยาคม จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 36 คน ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แบบทดสอบ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 15 ข้อ แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง และแบบ ประเมินความเหมาะสมของสาเหตุและแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์เนื้อหาและนำเสนอด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า

1. **แบบรูป** แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนพบ 5 แบบรูป คือ 1) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ 2) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ 3) ด้านการใช้ข้อมูลผิด 4) ด้านการตีความด้านภาษา และ 5) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

2. **สาเหตุ** สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับนิยาม และสมบัติของจำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะหลักการหารากที่สอง และหลักการหารากที่สาม ซึ่งเกิดจากการขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ แล้วจึงทำให้เกิดข้อผิดพลาดที่เกิดจากการ ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือว่าทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ และเกิดจากการคัดลอกโจทย์ผิด อีกทั้งยังเกิดจากการแปลความหมายสัญลักษณ์ สูตร กฎ ทฤษฎี ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป หรือเกิดจากการตีความจากความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ จนทำให้เกิดข้อผิดพลาดขึ้น หรือเกิดจากการแสดงขั้นตอนในการทำแบบทดสอบถูกต้อง แต่คำตอบที่ได้มาผิด หรือทำแบบทดสอบไม่เสร็จสิ้นสมบูรณ์ หรือขั้นตอนในการทำแบบทดสอบผิด แต่คำตอบที่ได้มานั้นถูกต้อง

3. **แนวทางแก้ไขปัญหา** แนวทางการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ โดยการสอนเสริม ให้นักเรียนได้เรียนรู้โดยการค้นพบด้วยตนเอง ใช้ชุดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล การใช้บทเรียนสำเร็จรูป บทเรียนแบบการ์ตูน การเรียนแบบร่วมมือ และการใช้กิจกรรมกลุ่มเข้ามาช่วย เช่น การแข่งขันกันเล่นเกม การทำโครงงาน เพื่อสร้างความตระหนักและเล็งให้

¹ นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

² Ph.D.(Mathematics Education) รองศาสตราจารย์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

³ Ph.D.(Psychology Teaching Mathematics) ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม



เห็นความสำคัญและผลเสียของการขาดความระมัดระวังและความรอบคอบในการคำนวณ โดยการเสริมแรงทางบวก โดยการชมเชย การให้คะแนน หรือ ให้รางวัล มีการฝึกสมาธิก่อนเรียน และฝึกทักษะโดยใช้แบบฝึกทักษะ จากง่ายไปหายาก เพื่อให้ นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการในการค้นพบ รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ และก่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ แล้วสามารถสรุปความคิดนั้นได้ด้วยตนเอง

คำสำคัญ : ระดับการคิด

ABSTRACT

This research aimed to analyze 8th grade students' misconceptions in mathematics learning of basic knowledge on real numbers; specifically, to study patterns of their misconceptions and causes, and to seek solutions or guidelines for solving these misconceptions. The target group for this research consisted of 36 8th grade students studying at Kongchai Wittayakom School, Kalasin Province, in the second semester of the academic year 2011. The variables of this study were misconceptions in mathematics learning. The instruments used in this study were a 15-item subjective test of basic knowledge on real numbers for 8th grade students, a structured-interview form, and an assessment form for assessing appropriateness of causes and guidelines for solving misconceptions. Content analysis was used to analyze the collected data and findings were descriptively presented.

Results of the study are as follows:

1. Regarding patterns, this study revealed the following 5 patterns of misconceptions: 1) distorted theorem or definition, 2) technical errors, 3) misused data, 4) misinterpreted language, and 5) unverified solutions.

2. Regarding the causes, the study revealed the following causes of misconceptions: students' lack of basic understanding of definitions, properties of rational numbers, irrational numbers, and calculating square roots & triple roots; probably caused by their lack of careful thinking in computing, lack of discretion in reasoning, and lack of careful thinking in performing on tests. These led to errors caused by failing to use necessary data in problem solving; misinterpreting instructions and thus getting incorrect answers; making errors in copying the mathematical problems; interpreting symbols, formulas, rules, and theorems differently from the meanings generally accepted; perceiving improper knowledge: incomplete or unclear information causing errors such as following the correct procedure in performing the test but getting the wrong answer, or not completing the test but getting the right answer in spite of using an incorrect procedure.

3. This study offers the following solutions for solving the students' misconceptions: there should be tutorial sessions, self-discovery learning, individualized lessons or other types of lessons such as programmed instruction and software, mathematics lessons with cartoons; cooperative learning and group activities such as games and study projects; raising students' awareness of advantages of carefulness & disadvantages of carelessness in solving mathematical problems; positive reinforcements such as giving compliments, scoring, and rewarding; pre-learning concentration exercises; and practice from easy to more difficult exercises to stimulate students' self-discovery, observation, comparison, and creativity to enable them to summarize their own thinking.

Keywords : Misconceptions in Mathematics Learning

บทนำ

คณิตศาสตร์นับเป็นวิชาหนึ่งที่สำคัญอย่างยิ่งในการจัดการศึกษา เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบระเบียบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถ่องแท้วรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในกาศึกษาวิทยาาสตร์และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 : 3) จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว ทำให้ทุกหลักสูตรทุกชาติ ทุกภาษา จึงให้ความสำคัญกับวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้จัดให้คณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่สถานศึกษาต้องให้ความสำคัญ และใช้เป็นหลักสำหรับจัดการเรียนรู้ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้เด็กมีความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ ตลอดจนเกิดมโนทัศน์ (Concept) ที่ถูกต้องซึ่งจะเป็นตัวบ่งชี้ได้ว่านักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนเป็นอย่างดี และสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สมทรง สุวพานิช, 2549 : 4)

การเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพเมื่อผู้เรียนมีโอกาสพัฒนามโนทัศน์เดียวกันในหลากหลายรูปแบบผ่านบริบททางกายภาพ หรือสิ่งที่ผู้เรียนสัมผัสหรือสังเกตได้ และจะทำให้ผู้เรียนสามารถนามโนทัศน์นั้นไปใช้ด้วยความเข้าใจ อัมพร ม้าคะนอง (2547 : 16) กล่าวว่า การที่เราจะสร้างมโนทัศน์ใด ๆ นั้น จะต้องมีการรับรู้สิ่งต่างๆ อาจจะเป็นประสบการณ์เดิม ความรู้เดิม บวกกับการแสวงหาความรู้ใหม่ แล้วนำมาผสมผสานกัน ซึ่งจะก่อให้เกิดเป็นความรู้ที่ค้นพบด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ แนวคิด หรือข้อความต่างๆ อย่างเข้าใจด้วยตนเอง และยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้อย่างรวดเร็วยิ่งขึ้น ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่างๆ ได้ง่ายขึ้นหรืออาจเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลทั้งหมดที่เป็นองค์ประกอบของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งได้อย่างชัดเจน โดยมีการจัดระบบและจัดระดับความสำคัญของข้อมูล เพื่อสร้างความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น (สสวท, 2554 : 7-8) มโนทัศน์จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่าง

กระตือรือร้น (Active thinking) เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และสร้างความเชื่อมโยงไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกัน สุวัฒนา เอี่ยมมอพรรณ (2549 : 9) ได้กล่าวอย่างสอดคล้องกันว่า สาระสำคัญของคณิตศาสตร์ คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม จึงมีความเข้าใจได้ง่าย นั่นคือ การจะจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้น จะเป็นการช่วยในการให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนจะทำให้การพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และการศึกษาความคลาดเคลื่อนจะทำให้สามารถจัดหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความคิดของเด็กเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีการพัฒนาด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่า เมื่อความคลาดเคลื่อนของนักเรียนได้แสดงออกมาทำให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้น ฟิชเชอร์ (Fisher, 1985 : 53-62) ได้กล่าวว่า ความพยายามในการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ได้มีอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การใช้วิธีที่ไม่เป็นทางการ เช่น การสังเกต การสอบถามนักเรียนเป็นรายบุคคล การที่เราทราบถึงจุดที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ก็จะเป็นประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้ ขณะเดียวกันครูผู้สอนเมื่อทราบข้อมูลเกี่ยวกับตัวผู้เรียนแล้วก็สามารถนำมาใช้ในการปรับปรุงการสอนของตนเองเพื่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์ที่สูงขึ้น ออร์ตัน และโพรบิเชอร์ (Orton and Frobisher, 2005 : 324-325) ได้กล่าวว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนมักประสบปัญหาเรื่องผู้เรียนมีข้อบกพร่องหรือมีสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน ด้วยเหตุนี้จึงเป็นสาเหตุสำคัญในการตรวจสอบความเข้าใจพื้นฐานของผู้เรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ว่าผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงจุดใดอย่างไร เพื่อนำผลมาวิเคราะห์หาสาเหตุ วางแผนแก้ไขให้กับผู้เรียนและการพัฒนาประเทศอย่างยั่งยืนนั้น จำเป็นจะต้องมีพลเมืองที่ถึงพร้อมด้วยความรู้ ความสามารถและมีใจรักในวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแต่เยาวชนไทยจำนวนไม่น้อยมีทัศนคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ส่งผลต่ออนาคตในภาพรวมของชาติอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ เหตุสำคัญ ประการหนึ่งของการไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการมีมโนทัศน์ที่



คลาดเคลื่อนที่เพิ่มพูนสะสมโดยที่ผู้เรียนไม่รู้ตัวและแก้ไขได้ยาก ขึ้นตามลำดับ เอสล็อก (Ashlock, 2010 : 311-314) ได้กล่าวว่า การที่จะพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ นั้นครูผู้สอนจำเป็นต้องรู้ว่าผู้เรียนที่ตนสอนนั้นมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในจุดใด และมีลักษณะเป็นอย่างไร เพื่อเป็นข้อมูล ในการวางแผนแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนซึ่งเป็นการวางแผนพื้นฐานทางด้านการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะวิเคราะห์ โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองชัยวิทยาคม เพื่อศึกษาแบบรูปและศึกษาสาเหตุของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวน โดยผู้วิจัยได้ทำการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยยึดรูปแบบของมอว์โชวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987 : 4-17) ซึ่งมีทั้งหมด 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อยๆ เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจนเหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ซึ่งมีอยู่ด้วยกัน 5 ด้าน ได้แก่ ด้านการใช้ข้อมูลผิด ด้านการตีความด้านภาษา ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ซึ่งผู้วิจัยได้นำรูปแบบดังกล่าวนี้มาช่วยเป็นแนวทางในการวิเคราะห์โมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ แล้วนำผลการวิเคราะห์มาพิจารณาหาทางแก้ไขและปรับปรุง ก็จะสามารถช่วยแก้ปัญหาการเรียนเกี่ยวกับ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองชัยวิทยาคม และจะช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ต่อไป อีกทั้งยังเป็นการช่วยพัฒนาและส่งเสริมกระบวนการเรียนการสอน ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ

จุดประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาแบบรูปของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองชัยวิทยาคม
2. เพื่อศึกษาสาเหตุของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
3. เพื่อศึกษาหาแนวทางแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

ขอบเขตการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ระหว่างเดือน กุมภาพันธ์ เดือนพฤษภาคม 2555

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองชัยวิทยาคม อำเภอหนองชัย จังหวัดกาฬสินธุ์ ปีการศึกษา 2554 จำนวน 36 คน

เครื่องมือการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ 3 แบบ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. แบบทดสอบ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 15 ข้อ
2. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง ตามประเด็นคำถาม
3. แบบประเมินความเหมาะสมของแนวทางในการแก้ไขโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูล ตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ขอหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัยถึงผู้อำนวยการโรงเรียนหนองชัยวิทยาคม เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และกำหนดวันเวลาในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล
2. ประสานงานกับกลุ่มเป้าหมายในการทำแบบทดสอบเพื่อการวิจัยในครั้งนี้
3. เก็บรวบรวมข้อมูลตามลำดับ ดังนี้
 - 3.1 ให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำแบบทดสอบ
 - 3.2 ตรวจแบบทดสอบ
 - 3.3 นำข้อที่ผิดมาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการสัมภาษณ์หาข้อสรุปต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. สร้างตารางแสดงจำนวนของนักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด ถูก และไม่ทำแบบทดสอบว่ามีกี่คน

2. นำข้อที่นักเรียนตอบผิดมาวิเคราะห์เพื่อหาแบบรูปสาเหตุ และหาแนวทางแก้ไขของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

3. สัมภาษณ์นักเรียนคนที่ทำแบบทดสอบผิด เพื่อศึกษาแบบรูป และหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ แล้วนำมาวิเคราะห์และแยกแยะ เพื่อหาแนวทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

4. สรุปหาสาเหตุที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพื่อเสนอแนวทางแก้ไข จากนั้น นำผลการวิเคราะห์ เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม

5. เสนอผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของแบบประเมินความเหมาะสมของแนวทางในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน

6. นำผลการวิเคราะห์ที่ผ่านการตรวจสอบแล้วมาเขียนรายงานการวิจัยโดยวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์เนื้อหาและนำเสนอด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์

ผลการวิจัย

ผลการวิจัยมีดังนี้

1. แบบรูป

แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนพบ 5 แบบรูป

คือ 1. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ 2. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ 3. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 4. ด้านการตีความด้านภาษา และ 5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

2. สาเหตุ

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับนิยาม และสมบัติของจำนวนตรรกยะ จำนวนตรรกยะหลักการหารากที่สอง และหลักการหารากที่สาม ซึ่งเกิดจากการขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล

และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบแล้วจึงทำให้เกิดข้อผิดพลาดที่เกิดจากการละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือว่าทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ และเกิดจากการคัดลอกโจทย์ผิด อีกทั้งยังเกิดจากการแปลความหมายสัญลักษณ์ สูตร กฎ ทฤษฎี ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป หรือเกิดจากการตีความจากความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์คลุมเครือ จนทำให้เกิดข้อผิดพลาดขึ้น หรือเกิดจากการแสดงขั้นตอนในการทำแบบทดสอบถูกต้อง แต่คำตอบที่ได้มาผิด หรือทำแบบทดสอบไม่เสร็จสิ้นสมบูรณ์ หรือขั้นตอนในการทำแบบทดสอบผิด แต่คำตอบที่ได้มานั้นถูกต้อง

3. แนวทางแก้ไขปัญหา

แนวทางการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ โดยการส่งเสริม ให้นักเรียนได้เรียนรู้โดยการค้นพบด้วยตนเอง ใช้ชุดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล การใช้บทเรียนสำเร็จรูป บทเรียนแบบการบูรณาการเรียนแบบร่วมมือ และการใช้กิจกรรมกลุ่มเข้ามาช่วย เช่น การแข่งขันกันเล่นเกม การทำโครงการ เพื่อสร้างความตระหนักและเล็งเห็นความสำคัญและผลเสียของการขาดความระมัดระวังและความรอบคอบในการคำนวณ โดยการเสริมแรงทางบวก โดยการชมเชย การให้คะแนน หรือ ให้รางวัล มีการฝึกสมาธิก่อนเรียน และฝึกทักษะโดยใช้แบบฝึกทักษะ จากง่ายไปหายาก เพื่อให้ นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการในการค้นพบ รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ และก่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ แล้วสามารถสรุปความคิดนั้นได้ด้วยตนเอง

อภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัยมีประเด็นสำคัญนำมาอภิปรายผลดังนี้

จากผลการวิจัย พบว่า ได้แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์พบ 5 ด้าน โดยเรียงลำดับจากแบบรูปที่พบมากที่สุดไปยังแบบรูปที่พบน้อยที่สุดตามลำดับดังนี้ คือ 1. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ 2. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ 3. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 4. ด้านการตีความด้านภาษา และ 5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ สาเหตุที่หนึ่ง คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ที่เป็นดังนี้อาจเนื่องมาจาก ว่า



นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม และสมบัติของจำนวนตรรกยะ จำนวนตรรกยะ หลักการหารากที่สอง และหลักการหารากที่สาม โดยการที่นักเรียนนำตัวเลขภายใต้เครื่องหมายรากที่สามออกมา และนำตัวเลขที่ได้นั้นมาบวกกันเลย จนได้คำตอบ ซึ่งไม่ได้ใช้หลักการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันเข้ามาช่วยตามหลักการหารากที่สาม ในเมื่อนักเรียนขาดความเข้าใจในแนวคิดหรือหลักการนี้ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจในวิธีการคำนวณหาค่าที่ถูกต้อง ดังแบบทดสอบข้อ 14, 12, 2, 5, 8, 9, 15, 7 และ 1 ที่กล่าวไว้ในบทที่ 4 ซึ่งปัญหาการเรียนการสอนจำนวนตรรกยะมักจะมาจาก การไม่เข้าใจแนวคิดของจำนวนตรรกยะ คูบาและคณะ (Kouba. Et al., 1988) ได้รายงานผลการศึกษาเมื่อปี ค.ศ. 1986 พบว่ามีเพียงร้อยละ 40 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สามารถระบุจุดบนเส้นจำนวนได้ด้วยเศษส่วนอย่างง่าย และประมาณร้อยละ 40 ของนักเรียนสามารถบอกได้ว่าระหว่างเศษส่วน 4 จำนวนที่กำหนดให้เศษส่วนใดมีค่ามากที่สุด หรือน้อยที่สุดในสถานการณ์แก้ปัญหาที่ง่าย ๆ เมื่อพิจารณาความหมายของจำนวนตรรกยะ จะเห็นว่าสามารถแปลความหมายได้หลายแนวทางตามที่ เบียร์และโพสท์ (Behr. M. and Post, T. R. 1992) กล่าวว่า ความหมายของจำนวนตรรกยะสามารถจำแนกออกเป็นอย่างน้อย 6 แนวทาง คือ 1) ส่วนย่อยกับของทั้งหมด 2) ทศนิยม 3) อัตราส่วน 4) การหาร 5) ตัวดำเนินการ และ 6) การวัด นักเรียนต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีพอสมควรในเรื่องการดำเนินการ 4 ตัว คือ การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ (whole numbers) และแนวคิดเกี่ยวกับการวัด เบียร์และโพสท์ กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนจึงควรใช้โมเดลทางกายภาพที่นักเรียนสามารถจับต้องได้ และได้ลงมือทำเอง จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิด เนื้อหา และมีทักษะอย่างมีความหมายมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัย ของโมโวชีวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and Other, 1987 : 131-140) เรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 6 ด้าน และแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่อง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ คือ การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม การใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา และจากรายงานของไข่มุก

เลื่องสุนทร (2552 : 1) ที่ได้ทำการศึกษาโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กลุ่มตัวอย่าง คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 402 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำโมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่อง “จำนวน” เรียงลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการตีความด้านภาษา นอกจากนี้ จังกล ทำสวน (2547 : 45-48) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม” ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเรียนมากที่สุดในการดำเนินการคำนวณ รองลงมาเป็น ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ และด้านการตีความจากโจทย์ ตามลำดับ **สาเหตุที่สอง คือ ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ** ที่เป็นดังนี้อาจเนื่องมาจาก การขาดความระมัดระวังในการคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ ดังแบบทดสอบข้อ 14, 10, 6 และ 8 ที่กล่าวไว้ในบทที่ 4 ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของไช และ อัง (Chai and Ang, 1987 : 189 - 198) ที่กล่าวว่า การพัฒนาโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนที่เป็นสิ่งสำคัญ ที่ทำให้การพัฒนาโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และการศึกษาความคลาดเคลื่อนจะทำให้สามารถจัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของเด็กเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการพัฒนาโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีการพัฒนาด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่า เมื่อความคลาดเคลื่อนของนักเรียนได้แสดงออกมาให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้น ดังงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกะภัทรขจร (2551 : 25-36) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 จำนวน 41 คน ของ

โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือ แบบฝึกหัด และแบบทดสอบย่อยประจำบท ผลการวิจัย พบว่า ในเนื้อหาเรขาคณิตวิเคราะห์และเนื้อหาภาคตัดกรวย นักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน ที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา **สาเหตุที่สาม คือ ด้านการใช้ข้อมูลผิด** ที่เป็นดั่งนี้อาจเนื่องมาจากการละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา ทำผิดคำสั่งโดยการหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ และเกิดจากการคัดลอกโจทย์ผิด ดังที่พร้อมพรรณ อุดมลิน (2544 : 3) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการหาโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนมักประสบปัญหาเรื่อง นักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือมีสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน ซึ่งถ้ามีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นไม่ได้รับการแก้ไข ก็จะส่งผลต่อความล้มเหลวในการเรียนเนื้อหาอื่นๆ และเนื้อหาที่ต่อเนื่องต่อไปด้วย ดังนั้น จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้สอนจะต้องหาวิธีการอันใดที่จะทำให้นักเรียนที่คลาดเคลื่อนต่างๆ ของนักเรียนลดน้อยลง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งของนักเรียนที่สอบผ่านเท่านั้นโดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระเบียบวิธีการและความสะเพร่าเล็กน้อยๆตามปกติ พบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน มีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่ สัมมูลกับกับข้อความก่อนหน้าหรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะใช้เขียนเพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาส่วนความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมาจากการไม่เข้าใจเนื้อหาของบทเรียนการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความเข้าใจผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการโดยไม่ถูกต้อง) และความ

เข้าใจผิดพลาดที่พบส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งนี้นักเรียนแนะนำ คือจำนวนจริงที่ติดกรณีที่ไม่สามารถถอดรากได้จะเป็นกรณีพิเศษที่สามารถถอดรากได้ โดยการดำเนินการของจำนวนจริง **สาเหตุที่สี่ คือ ด้านการตีความด้านภาษา** ที่เป็นดั่งนี้อาจเนื่องมาจากการแปลความหมายสัญลักษณ์สูตร กฎ ทฤษฎี ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป หรือเกิดจากการตีความจากความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ ดังที่ ค็อค เบริน และลิตเติล (Cockburn & Littler, 2010 : 6-10) กล่าวว่า มีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการใช้สูตร กฎ ผิด สรุปเกินหรือน้อยกว่าความเป็นจริง การแปลความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผิดหรือเข้าใจสิ่งที่นักเรียนไม่ชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เดวิส (Davis, 1979 : 121-130) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างของสาเหตุเกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส 7 อย่าง คือข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับการสุมกฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษาการสรุปประโยคแสดงที่เกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล และการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน และงานวิจัยของ ครีเมน และเอลลิสตัน (Clements and Ellerton, 1996 : 48-50) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 8 อายุ 16 ปี จำนวน 8 คน ในโรงเรียน 5 แห่งของรัฐนิวเซาท์เวลส์ และรัฐวิกตอเรียของออสเตรเลีย โดยให้นักเรียนเขียนตอบคำถามที่ครูถามซึ่งครึ่งหนึ่งของคำถามเป็นรูปแบบเลือกตอบคำตอบเดียว และอีกครึ่งหนึ่งเป็นรูปแบบให้ตอบสั้น และเมื่อนำรูปแบบการสัมภาษณ์ของนิวแมนมาใช้ พบว่า 80% ของความผิดพลาด จัดเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการอ่าน การทำความเข้าใจ และการเปลี่ยนรูปและมีเพียง 6% ของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะคิดคำนวณ **สาเหตุข้อที่ห้า คือ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา** ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งของนักเรียนที่สอบผ่านเท่านั้นโดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่



ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระเบียบวิธีการ และความสะเพร่าเล็กน้อยๆตามปกติพบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากันมีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่สมมูลกันกับข้อความก่อนหน้านี้หรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะใช้เขียนเพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหา ส่วนความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมาจากความไม่เข้าใจเนื้อหาของ การดำเนินการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความเข้าใจผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการโดยไม่ถูกต้อง) และความเข้าใจผิดพลาดที่พบส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งที่นักเรียนแนะนำคือจำนวนจริงที่ติดแนวทางแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยสอนให้นักเรียนคิดเอง ค้นพบและสามารถแก้ปัญหาด้วยตนเอง อย่างมีระบบระเบียบ มีความรอบคอบ ใช้วิธีการสอนหลายๆ อย่าง มีการยืดหยุ่นให้เหมาะสมตามเนื้อหา ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม สอนให้สัมพันธ์กับความคิด สอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป สอนให้นักเรียนสามารถหาคำสรุปได้ด้วยตนเอง ซึ่งใช้กิจกรรมการสอนเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคลและบทเรียนสำเร็จรูป คือกระบวนการในการสอนให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยให้นักเรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเองจากชุดการสอนและบทเรียนสำเร็จรูป ดังเช่น ทฤษฎีของดิเนส (Zoltan Dienes) ที่เน้นการหยั่งรู้กับการแก้ปัญหา ดังนั้น เด็กสามารถแก้ปัญหาได้ เพราะมีการหยั่งรู้คิดได้เอง โดยจัดประสบการณ์ให้คิด เกิดการหยั่งรู้จะเป็นไปตามลักษณะของสถานการณ์ที่แก้ปัญหา การใช้กระบวนการแก้ปัญหาจะเป็นวิธีช่วยให้เด็กค้นพบและแก้ปัญหาด้วยตนเองทฤษฎีของดิเนส นำมาใช้ในการเรียนการสอน คือสร้างโครงสร้างนามธรรมให้อยู่ในรูปธรรมมากที่สุด โดยจัดเอาเหตุการณ์ที่มีคุณสมบัติอย่างเดียวกันเข้าด้วยกัน เน้นการฝึกฝนสามารถแยกแยะด้วยตนเอง และแก้ปัญหาด้วยการหยั่งรู้

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พบ 5 แบบรูป คือ 1) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ 2) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ 3) ด้านการใช้ข้อมูลผิด 4) ด้านการตีความด้านภาษา และ 5) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

2. สาเหตุ ของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ นักเรียน ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับนิยาม และสมบัติของจำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ หลักการหารากที่สอง และหลักการหารากที่สาม โดยเกิดจากการขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบแล้วจึงทำให้เกิดข้อผิดพลาดที่เกิดจากการละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือว่าทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ และเกิดจากการคัดลอกโจทย์ผิด อีกทั้งยังเกิดจากการแปลความหมายสัญลักษณ์ สูตร กฎ ทฤษฎี ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป หรือเกิดจากการตีความจากความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ จนทำให้เกิดข้อผิดพลาดที่เกิดจากขั้นตอนในการทำแบบทดสอบถูกต้อง แต่คำตอบที่ได้มาผิด หรือทำแบบทดสอบไม่เสร็จ หรือขั้นตอนในการทำแบบทดสอบผิด แต่คำตอบที่ได้มานั้นถูกต้อง

3. แนวทางแก้ไขปัญหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ โดยการสอนเสริม ให้นักเรียนได้เรียนรู้โดยการค้นพบด้วยตนเอง ใช้ชุดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล การใช้บทเรียนสำเร็จรูป บทเรียนแบบการค้นพบ การเรียนแบบร่วมมือ และการใช้กิจกรรมกลุ่มเข้ามาช่วย เช่น การแข่งขัน เล่นเกม การทำโครงการ เพื่อสร้างความตระหนักและให้เล็งเห็นความสำคัญและผลเสียของการขาดความระมัดระวังและความรอบคอบในการคำนวณ ซึ่งมีการเสริมแรงเชิงบวก โดยการชมเชย การให้คะแนน หรือ ให้รางวัล มีการฝึกสมาธิก่อนเรียน และฝึกทักษะโดยใช้แบบฝึกทักษะ จากง่ายไปหายาก เพื่อให้ให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการในการค้นพบ รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ และก่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ แล้วสามารถสรุปความคิดนั้นได้ด้วยตนเอง

ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลวิจัยไปใช้

1. ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงอาจทำเป็นกลุ่มหรือเดี่ยวก็ได้ตามความเหมาะสม เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดที่ชัดเจนไม่คลุมเครือ ควรมีความระมัดระวังในการถ่ายทอด มีการสื่อสารให้ถูกต้องตามหลักการ เพื่อเป็นการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องแก่นักเรียน

2. ควรมีการทบทวนความรู้พื้นฐานก่อนการสอน เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ให้กับนักเรียนอย่างเพียงพอ เพราะเรื่องเหล่านี้เป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องอื่น ๆ ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดข้อผิดพลาดในการคำนวณน้อยลง

3. ควรมีเครื่องมือการเก็บรวบรวมที่หลากหลาย เช่น แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน แบบบันทึกหลังการสอน แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด แบบทดสอบ แบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน และแบบบันทึกการสัมภาษณ์นักเรียน ซึ่งนำข้อมูลเหล่านั้นมาประกอบการพิจารณา อีกทั้ง ควรมีการบันทึกผลการตรวจแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบเป็นรายบุคคลและรายข้อ เพื่อให้ทราบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่เกิดขึ้นมาจากสาเหตุใด เพื่อให้ทราบว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากน้อยเพียงใด รวมทั้งมีข้อผิดพลาดที่ควรแก้ไขอย่างไรบ้าง จะได้มีแนวทางแก้ไขที่ตรงกับความจำเป็นจริงมากที่สุด

4. ควรมีการเขียนตอบในแบบฝึกหัด โดยมีทั้งการเขียนในลักษณะให้กำลังใจและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความภาคภูมิใจหรือทราบแนวทางที่ถูกต้องในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเหล่านั้น

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาและช่วยเหลือเป็นอย่างดี จาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมทรง สุวพานิช อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และ ดร.อรุณี จันทรศิลา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วมที่กรุณาให้ข้อคิดคำแนะนำ ตลอดจนการแก้ไขด้วยความเอาใจใส่ รวมทั้งคณาจารย์ทุกท่านที่ประสาทวิชาความรู้ให้ในระหว่างที่ผู้วิจัยศึกษาตามหลักสูตรจนสำเร็จ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณด้วยความเคารพอย่างสูง

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). **การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2547). **ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์** หน่วยที่ 12-15. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- จกมล ทำสวน. (2547). **การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม**. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2546). **การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สมทรง สุวพานิช. (2549). **เอกสารประกอบการสอน รายวิชา 1023622 พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา**. มหาสารคาม : คณะวิชาครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏมหาสารคาม.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2551). **การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). **คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา,
- . (2554). **ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา,
- สุวัฒนา เอี่ยมอพรพรรณ. (2545). **การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.



- Cho. (1985) **Learning in Science: The Implication of Children' s Science**. London : Heinemann Publishers. 22(6) : 707 ; May.
- Fisher, K. M. (1985). "A Misconception in Biology : Amino Acid and Translation". **Journal of Research in Science Teach**. 26(6) : 53 ; August,
- Ong and Lim. (1987). "Enhancement and Assessment of the Reliability of Instruments of the Measurement of Conceptual Framework." **In Proceedings of the International Seminar Misconceptions in Science and Mathematics**. 20th Edited by Joseph D. Novak . Ithaca, New York : Cornell University. 22(4) : 199-205 ; October,
- Ashlock, R.B. (2010). **Error patterns in computation**. Columbus, Ohio : Charles E. Merrill Publishing Co. 18(10) : 311-314 ; February,
- Barcellos and Anthony. (2005). **Mathematical Misconceptions of College-age Algebra Students**. United States-California : University of California, Davis School. Retrieved. 20(4) : 145 ; November.
- Clement, M. A. and N. F. Ellerton,(1996). **Mathematics Education Research : Past, Present and Future**. Bangkok : UNESCO Principle Regional Office for Asia and the Pacific. 20(3) : 48-50 ; June.
- Cockburn and Littler. (2010). "The Upper Students Conceptions and Misconceptions about Photosynthesis in Khon Kaen." Thailand. **SEAMEORECSAM, Penang Malaysia**. 84(4) : 3-6 ; February,
- Davis, R. B. (1979). **Error Analysis in High school Mathematics**. In Paper Presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association. San Francisco, California April. 20(283) : 121-130 ; June.
- Movshovitz and Others, (1987). "Analyzing and Modeling Arithmetic Errors." **Journal for Research in Mathematic Education**. 5(6) : 4-17 ; January,