



**การพัฒนาความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping**
**The Development of Write Geometric Proofs Abilities on Congruence for
 Mathayomsuksa 2 Students Using Proof Mapping Instructional Technique**

รติกร พงษ์ศรี¹ นฤเบศ ลาภยิ๊ง² อนุชิต กล้าไพรี³ และนิติภูมิ อัครวิชิตสกุล⁴

Ratikorn Pongsri¹, Narubet Lapyingyong², Anuchit Klapairee³ and Nitiphoom Adsawatithisakul³

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา^{1,2,3,4}

Faculty of Education, Nakhon Ratchasima Rajabhat University^{1,2,3,4}

Corresponding author, E-mail : workfern.only1@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping 2) เปรียบเทียบความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/12 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนโชคชัยสามัคคี จำนวน 37 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof-Mapping และแบบวัดความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ย ค่าร้อยละ ค่าเบี่ยงเบน-มาตรฐาน และการทดสอบค่าที ผลการศึกษพบว่า 1) ความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05)2)ความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ : เทคนิค Proof Mapping ; ความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต ; ความเท่ากันทุกประการ

ABSTRACT

The purposes of this research were 1) Compare the ability to write geometric proofs in Congruence for Grade 8th students using proof mapping instructional technique between before learning and after learning. 2) Compare the ability to write geometric proofs in Congruence for Grade 8th students using proof mapping instructional technique between after learning and 60 % criteria. A samples were 37 Grade 8th students in the 1st semester of 2019 at Chokchaisamakkee school. The research tools included 10instructional plans using proof mapping instructional and ability to write geometric proofs test. The collected data were analyzed using the percentage, means, the standard deviation, and the t-test statistics. The study result showed that : 1) The ability to write geometric proofs in Congruence for Grade 8th students using proof mapping instructional technique



after learning was statistically higher than before learning at the .05 level. 2) The ability to write geometric proofs in Congruence for Grade 8th students using proof mapping instructional technique after learning was statistically higher than the 60 percent criteria at the .05 level

Keywords : Proof Mapping Technique ; Geometric proof ability ; Congruence

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ใน ชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ [1] ซึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 สาระ โดยสาระเรขาคณิตเป็นสาระย่อยที่มีความสำคัญและจำเป็นอย่างมาก เราใช้เรขาคณิตในชีวิตจริงเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัว โดยเรขาคณิตนั้นเป็นศาสตร์ที่เน้นเรื่องความคิดและการให้เหตุผลอันเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ความรู้อื่น ๆ ตลอดจนเนื้อหาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป [2]

การจัดการเรียนรู้ทางด้านเรขาคณิตจึงต้องมุ่งเน้นพัฒนา ผู้เรียนให้สามารถนำความรู้ทางเรขาคณิตไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยวัตถุประสงค์ของการศึกษาเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาคือการเข้าใจลักษณะที่จำเป็นของความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุทางเรขาคณิต การพิสูจน์ความสัมพันธ์เหล่านั้น จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องศึกษา [3] สอดคล้องกับ Hanna [4] ที่กล่าวว่า การเรียนรู้ในระดับโรงเรียนควรมีการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ เพราะการพิสูจน์นั้นช่วยในการส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ Khawn Piasai [5] ยังกล่าวถึงความสำคัญของการสอนการพิสูจน์ว่าในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงนักเรียนจะต้องมีความสามารถในด้านการพิสูจน์ เห็นคุณค่า และตระหนักถึงความสำคัญของการพิสูจน์

การจัดการเรียนรู้ในปัจจุบันยังไม่ได้ตอบสนองต่อการพัฒนาศักยภาพทางด้านเรขาคณิตของผู้เรียน เพราะการสอนเขียนพิสูจน์ในโรงเรียนมัธยมศึกษามุ่งเน้นไปที่ลำดับขั้นตอนและเหตุผลที่ถูกต้อง ซึ่งเป็นผลลัพธ์แทนที่จะเป็นวิธีการ

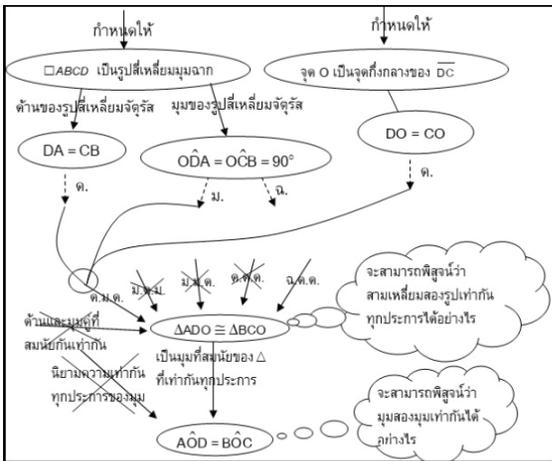
สำหรับการสร้างการพิสูจน์ให้สำเร็จ [7] ทำให้ผู้เรียนแทบไม่มีโอกาสได้มีประสบการณ์เกี่ยวกับความเข้าใจเรขาคณิตอย่างแท้จริง รวมไปถึงไม่ได้มีโอกาสใช้การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ส่งผลให้ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O - NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานทั่วประเทศตั้งแต่ปี 2558 - 2560 มีคะแนนสอบในสาระเรขาคณิต อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 [8]

การจัดการเรียนรู้ของโรงเรียนโชคชัยสามัคคีที่ผ่านมาพบว่านักเรียนยังขาดความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) ของโรงเรียนโชคชัยสามัคคี ในปีการศึกษา 2559 - 2560 ของสาระเรขาคณิตมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ [8] และเมื่อพิจารณาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในสาระเรขาคณิตพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ปีการศึกษา 2559 - 2561 อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมาไม่สามารถพัฒนาความสามารถในการเขียนพิสูจน์ให้กับนักเรียนได้ นักเรียนเข้าใจว่าการเขียนพิสูจน์เป็นการแก้ปัญหาที่มุ่งหาคำตอบเพียงอย่างเดียว ไม่ใช่กระบวนการอ้างเหตุผล

จากปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้ค้นคว้าเทคนิคและวิธีการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต พบว่ามีเทคนิคการจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่ใช้พัฒนาความสามารถการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา คือการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping ที่ค้นคิดและพัฒนาขึ้นโดย Linares [7] จากการปรับวิธีการคิดไปข้างหน้า-ย้อนกลับ (The Forward-Backward Method) ของ Solow [9] โดยการแสดงกระบวนการคิดในระหว่างการเขียนพิสูจน์จากการสร้าง Proof Map ซึ่งเป็นแผนภาพที่แสดงให้เห็นถึงกระบวนการคิดในระหว่างการเขียนพิสูจน์ และจัดการกับความคิดในขณะที่ทำตามขั้นตอนต่างๆ ของวิธีคิดไปข้างหน้า

และย้อนกลับซึ่งผู้วิจัยได้สรุปเป็นขั้นตอนดังนี้ ขั้นที่ 1 วิเคราะห์หาสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ขั้นที่ 2 สร้าง Proof Map โดยเริ่มจากสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ ด้วยกระบวนการคิดย้อนกลับขั้นที่ 3 สร้าง Proof Map โดยเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้ ด้วยกระบวนการคิดไปข้างหน้าขั้นที่ 4 เชื่อมโยง Proof Map ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ โดยใช้กระบวนการคิดไปข้างหน้า หรือกระบวนการคิดย้อนกลับและขั้นที่ 5 ใส่หมายเลขกำกับวงรี ตามลำดับก่อน-หลังของกระบวนการพิสูจน์ แล้วเขียนแสดงการพิสูจน์ในรูปแบบสองคอลัมน์

การจัดการเรียนรู้รูปแบบนี้จะสามารถช่วยส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์โดยการตรึงตรองด้วยตนเอง นักเรียนได้ฝึกตั้งคำถามทางคณิตศาสตร์กับครูและเพื่อนซึ่งการสร้างตัวแทนเชิงภาพของกระบวนการคิดในรูปของ Proof Map ดังแสดงในภาพที่ 1 นักเรียนจะมีพื้นที่สำหรับจัดวางความคิดแล้วเชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ ที่สัมพันธ์กัน ทำให้ได้เห็นกระบวนการคิดทั้งหมดสามารถวิเคราะห์แนวทางในการเขียนพิสูจน์ให้สำเร็จได้ [10]



ภาพที่ 1 แสดง Proof Map ที่เชื่อมโยงเสร็จสมบูรณ์

Linares [7] ได้มีการนำเทคนิค Proof Mapping ไปใช้ในการเรียนการสอนในโรงเรียนมัธยมศึกษาทางตอนเหนือของรัฐแคลิฟอร์เนีย โดยทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 32 คน ผลที่ได้พบว่า นักเรียนประสบความสำเร็จในการพิสูจน์มากขึ้น รวมทั้งช่วยส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการคิดเชิงกลยุทธ์ในการเขียนพิสูจน์ มีประโยชน์

ในเรื่องของการอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับวิธีการเขียนพิสูจน์เพิ่มมากขึ้น รวมทั้งเพิ่มความเชื่อมั่นของนักเรียนในการเขียนพิสูจน์อีกด้วย นอกจากนี้ Kamon Naksutthi [11] ยังได้นำเทคนิค Proof Mapping ไปใช้จัดการเรียนรู้เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนวัดไร่ขิงวิทยา จำนวน 46 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Proof Mapping ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Proof Mapping ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตที่ดีขึ้นจากงานวิจัยของ Linares และ Kamon Naksutthi แสดงให้เห็นว่าเทคนิค Proof Mapping สามารถพัฒนาความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตและการให้เหตุผลได้เป็นอย่างดี

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตมีความสำคัญและจำเป็นมากสำหรับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา เป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูง อีกทั้งเทคนิค Proof Mapping นั้นก็เป็นเทคนิคที่ค้นค้นและพัฒนาขึ้นเพื่อสอนเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตโดยตรง ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60



สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. ความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนโชคชัยสามัคคี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 31 อำเภอโชคชัย จังหวัดนครราชสีมา ปีการศึกษา 2562 จำนวน 16 ห้องเรียน มีจำนวน 653 คน
2. กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/12 โรงเรียนโชคชัยสามัคคี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 31 อำเภอโชคชัย จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 มีจำนวนนักเรียน 37 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม
3. ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping
4. ตัวแปรที่ศึกษาคือ ความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
5. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือเนื้อหาเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนโชคชัยสามัคคี ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2561
6. ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 ใช้เวลาในการทดลอง 10 แผน แผนการจัดการเรียนรู้ละ 1 คาบ ทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ ทดสอบสอน 10 คาบ ทดสอบหลังเรียน 1 คาบ รวม 12 คาบ

วิธีดำเนินการวิจัย

เครื่องมือการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 แผน แผนละ 1 คาบ ได้แก่ ความสัมพันธ์แบบด้าน - มุม - ด้าน ความสัมพันธ์แบบมุม ด้าน - มุม ความสัมพันธ์แบบมุม - มุม - ด้าน ความสัมพันธ์แบบด้าน - ด้าน - ด้าน ความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน ด้านและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว สี่เหลี่ยมรูปว่าว การนำไปใช้ ซึ่งผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านตรวจสอบความถูกต้องสมบูรณ์ แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนนซึ่งวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกแบบอิงกลุ่มโดยใช้วิธีของ Whitney และ Sabers แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากระหว่าง 0.39 ถึง 0.67 ค่าอำนาจจำแนก (D) ระหว่าง 0.25 - 0.49 ค่าขนาดค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์ของครอนบาค ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.804

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบเตรียมทดลอง ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองด้วยตนเองที่โรงเรียนโชคชัยสามัคคี สังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 31 ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ทดสอบความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/12 ก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping โดยใช้แบบวัดความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ใช้เวลา 1 คาบ
2. ทดลองจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/12 จำนวน 10 แผน แผนการเรียนรู้อะละ 1 คาบ รวม 10 คาบ
3. ทดสอบความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิตหลังเรียนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/12 โดยใช้แบบวัดความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้เวลา 1 คาบ

4. ตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ แล้วนำไปวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมุติฐาน และนำเสนอผลการวิจัยในรูปของตารางประกอบความเรียง

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/12 ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้สถิติทดสอบทีกรณีประชากรสองกลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน (t-test for dependent group)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/12 หลังเรียนด้วยเทคนิค Proof Mapping กับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยใช้สถิติทดสอบทีกรณีประชากรกลุ่มเดียว (t-test for one sample test)

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัย โดยแบ่งการนำเสนอตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ตามลำดับ

ตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping

การทดสอบ	N	คะแนนเต็ม	\bar{X}	S.D.	df	t	p
หลังเรียน	37	30	23.61	4.73	36	26.77*	0.000
ก่อนเรียน	37	30	4.54	1.50	36		

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 1 พบว่าความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping

หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60

การทดสอบ	คะแนน 60 %	\bar{X}	S.D.	df	t	p
หลังเรียน	18	23.61	4.73	36	7.21*	0.000

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 2 พบว่าความสามารถในการเขียนพินิจทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สรุปผลและอภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัยมีประเด็นสำคัญนำมาสรุปผลและอภิปรายผลการวิจัยดังนี้

1. ผลการวิจัยครั้งนี้พบว่าหลังจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping นักเรียนมีความสามารถในการเขียนพินิจสูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping เป็นเทคนิคในการสร้างการพินิจทางเรขาคณิตผ่านการคิดตรรกะตรง โดยการสร้างตัวแทนเชิงภาพของกระบวนการคิดในรูปของ Proof Map ผู้เรียนมีพื้นที่สำหรับจัดวางความคิด สามารถเชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ ที่สัมพันธ์กัน ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้เห็นกระบวนการคิดของตนเองทั้งหมด มองเห็นแนวทางการพินิจในภาพรวม ช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์แนวทางที่เหมาะสมได้ง่ายขึ้น อีกทั้งยังสามารถคิดกระบวนการต่อไปโดยไม่เสียผลลัพธ์ที่คิดออกแล้ว ส่งผลให้ผู้เรียนสามารถจัดระเบียบความคิดและจัดโครงสร้างการพินิจได้ดียิ่งขึ้นในรูปแบบที่เปิดกว้าง เหมาะกับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาเป็นอย่างยิ่ง

สอดคล้องกับแนวคิดของ Linares [7] ที่กล่าวว่าเทคนิค Proof Mapping ได้ถูกคิดค้นและพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้ในการสอน



เขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา ซึ่งกระบวนการนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างกว้างขวาง สามารถมองเห็นการแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ Linares [7] ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping ทำให้ความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05, 0.01 และ 0.001 และ Kamon Naksutthi [11] พบว่าหลังเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping ทำให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

2. ผลการวิจัยครั้งนี้พบว่าหลังจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping นักเรียนมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping นั้น ผู้เรียนจะเขียนแนวความคิดระหว่างการพิสูจน์ออกมาในรูปแบบของแบบภาพอย่างเป็นระบบ ตามการชี้แนะด้วยคำถามจากผู้สอน ทำให้ผู้เรียนมีกระบวนการคิดที่เป็นเหตุเป็นผลมองเห็นขั้นตอนในการพิสูจน์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ตั้งแต่เริ่มต้นจนไปสู่วิธีการที่สมบูรณ์ สามารถวิเคราะห์แก้ไข ปรับเปลี่ยนแนวทางในการพิสูจน์ และสามารถเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่ ไปสู่กระบวนการพิสูจน์ในขั้นตอนต่อไปจนสำเร็จ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Cirillo and Herbs [6] ที่กล่าวว่าการเขียนแผนภาพในการพิสูจน์ช่วยให้นักเรียนลำดับความคิดเป็นขั้นตอนในระหว่างกระบวนการเขียนพิสูจน์สามารถวิเคราะห์ข้อมูลเพิ่มเติมจากข้อมูลที่ได้รับและสามารถแก้ไข ปรับเปลี่ยนแนวทางเพื่อทำให้การพิสูจน์สำเร็จ อีกทั้งแผนภาพยังช่วยให้นักเรียนมองเห็นข้อความและเหตุผลย่อยต่าง ๆ ทำให้สามารถเชื่อมโยง เรียบเรียงออกมาเป็นบทพิสูจน์ที่สมบูรณ์ได้

สอดคล้องกับงานวิจัยของ Linares [7] ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้เทคนิค Proof Mapping ในการเรียนการสอนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ที่มีผลต่อความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยทดลองกับนักเรียนที่เรียนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 32 คน ผลที่ได้พบว่าคะแนนหลังการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มนี้ในส่วนของบทพิสูจน์เพิ่มขึ้นร้อยละ 10ทั้งนี้งานวิจัยของ Linares [7] นั้นประสบความสำเร็จในการพัฒนาความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping สามารถพัฒนาให้นักเรียนได้ทั้ง

ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Kamon Naksutthi [11] ที่ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Proof Mapping ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Proof Mapping ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค Proof Mapping ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตที่ดีขึ้น

ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

1. ข้อเสนอแนะจากการนำผลวิจัยไปใช้

1.1 การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping ไม่เหมาะกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิตในรูปแบบการสร้างเพื่อพิสูจน์ เนื่องจากไม่สามารถใช้เพื่อช่วยวิเคราะห์แนวทางการสร้างเพิ่มเติม

1.2 การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping ในช่วงแรกใช้เวลาค่อนข้างมาก เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับขั้นตอนการสร้าง Proof Map ครูผู้สอนควรอธิบายขั้นตอนการสร้าง Proof Map อย่างละเอียดและชัดเจน รวมทั้งใช้เทคนิคการตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นชี้แนะให้นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ด้วยตนเอง

1.3 ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping จำเป็นต้องแสดงรูปภาพและข้อความที่ต้องการพิสูจน์ตลอดการจัดการเรียนรู้ อีกทั้งต้องใช้กระดานที่มีพื้นที่เพียงพอในการแสดงขั้นตอนการสร้าง Proof Map ดังนั้นครูผู้สอนควรเตรียมสื่อการสอนที่เหมาะสม จะช่วยทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นภาพรวมได้ชัดเจน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับภาควิชาวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ในการทดลองผู้วิจัยพบว่าในระหว่างการเชื่อมโยง Proof Map นักเรียนเกิดวิธีการคิดเชิงกลยุทธ์ในการวิเคราะห์หาแนวทางที่



จะนำไปสู่สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ จึงควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค Proof Mapping ที่มีต่อการคิดเชิงกลยุทธ์

2.2 เนื่องจากเทคนิค Proof Mapping ยังไม่สามารถใช้เพื่อช่วยวิเคราะห์แนวทางการสร้างเพิ่มเติมในการพิสูจน์รูปแบบของบทสร้าง จึงควรศึกษาและพัฒนาเทคนิค Proof Mapping เพื่อใช้กับการพิสูจน์ในรูปแบบของบทสร้าง

2.3 เนื่องจากผู้วิจัยใช้เทคนิค Proof Mapping เทรกในชั้นเรียนรู้ออกของการจัดการเรียนรู้เท่านั้น จึงควรนำเทคนิค Proof Mapping ไปใช้จัดการเรียนรู้ร่วมกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นพัฒนาการเขียนพิสูจน์รูปแบบอื่น เพื่อพัฒนาความสามารถในการเขียนพิสูจน์ให้ดียิ่งขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยฉบับนี้สำเร็จลงได้ ด้วยความกรุณาจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นฤเบศ ลากยั้งยง อาจารย์อำนวยการกล่าวไพเราะอาจารย์นิติภูมิ อัครวิชิตสกุล ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำ รวมทั้งให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆขอกราบขอบพระคุณคุณภมล นาคสุทธิ และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้กรุณาตรวจสอบเครื่องมือ รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงเครื่องมือผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

เอกสารอ้างอิง

[1] Ministry of Education. (2017). **Core Curriculum Studies Basic Curriculum 2551 (revised edition 2560)**. Bangkok : Agricultural Cooperatives of Thailand.

[2] The institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2002). **Geometry**. Bangkok : Agricultural Cooperatives of Thailand.

[3] Herbst, P. G. (2002). **Establishing a custom of proving in American school geometry : evolution of the two-column proof in the early twentieth century**. Educational Studies in Mathematics. 49(3), 283-312.

[4] Hanna, G., de Villiers, M., & Internatioal Program Committee. (2008). **ICMI Study 19 : Proof and proving in mathematics education**. ZDM. 40(2), 329-336.

[5] KhawnPiasai (2004). **A Study on the Ability of Undergraduate Mathematics Majors in Learning Mathematical Proofs Via Student - Centered Instructional Package**. Master of Education Thesis. Bangkok : Srinakharinwirot University.

[6] Cirillo, M., and Herbst, P. G. (2012). Moving toward more authentic proof practices in geometry. **The Mathematics Educator**, 21(2), 11-33.

[7] Linares, L. A. (2008). **The Effects of a Proof Mapping instructional technique on high school geometry students and their ability to write geometric proofs**. Master of art thesis. Davis, CA : University of California, Davis.

[8] Academic department. (2018,May). **Ordinary National Educational Test**. InKomet Hoaymuk (Chair), Monthly meeting.Organized by Chokchaisamakee School, Nakhonratchasima.

[9] Solow, D. (2014). **How to Read and Do Proofs: An Introduction to Mathematical Thought Process**. 7th ed. New York : John Wiley and Sons.

[10] Linares, L. A. and P. R. Smith. (2009). Proof mapping. **Mathematics Teacher**. 103(4), 258-265.

[11] Kamon Naksutthi. (2016). **Effect of Organizing Mathematics Learning Activities Using Proof Mapping Technique to Write Geometric Proofs on Geometric Reasoning Ability of Eighth Grade Students**. Master of Education Thesis. Bangkok : Chulalongkorn University.

