



การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน

The Study of 10th Grade Students' Mathematical Reasoning Ability and
Mathematics Achievement in a Mathematics
Problem-based Learning (PBL) Classroom

Received: July 2, 2020

Revised: August 8, 2020

Accepted: August 14, 2020

ชิดกมล ทองอ่อน*

Chidkamon Tong-on

ดวงหทัย กาศวิบูลย์**

Duanghathai Katwibun

บทคัดย่อ

การวิจัยในชั้นเรียนครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน โดยมีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (จำนวน 1 ห้องเรียน) จำนวน 39 คน โรงเรียนสันป่าตองวิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น จำนวน 10 แผน 2) แบบประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ 4) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 เป็นระยะเวลา 5 สัปดาห์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติเชิงพรรณนา (ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน) และการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

ผลการวิจัยจากการใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน พบว่า นักเรียนมีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านการวิเคราะห์ 2) ด้านการสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป 3) ด้านการยืนยันคำตอบอยู่ในระดับดี นอกจากนี้ในส่วนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มากกว่า 75% มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ของโรงเรียนร้อยละ 60

คำสำคัญ : การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

* นักศึกษาปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Master of Education Student Program in Mathematics Education, Faculty of Education, Chiang Mai University, Thailand

** อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. ภาควิชาหลักสูตร การสอนและการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Advisor, Associate Prof. Dr., Department of Curriculum Teaching and Learning, Faculty of Education, Chiang Mai University, Thailand,

Corresponding Author, E-mail: duanghathai.k@cmu.ac.th



Abstract

This classroom research aimed to explore mathematical reasoning ability and mathematics achievement of 10th grade students in a mathematics PBL classroom. The target group was 39 grade 10 students (one class) at Sanpatongwittayakom School in Chiang Mai province. The research instruments consisted of 1) 10 PBL lesson plans, 2) a mathematical reasoning ability assessment form, 3) a mathematical reasoning ability test and 4) a mathematics achievement test. The research was conducted during the second semester of 2019 academic year for 5 weeks. Descriptive statistics (percentage, mean, and standard deviation) and content analysis were used to analyze the collected data.

The results of this research showed that, after using the PBL approach, the students mean scores on the mathematical reasoning ability test in all three dimensions of analyzing, forming conjectures and generalizing and justifying were at a good level. Additionally, most of the students (more than 75 percent) had their mathematics achievement mean scores higher than the 60 percent mark criteria of the school.

Keywords : Problem-based Learning (PBL)/ Mathematical Reasoning Ability/ Mathematics Achievement

บทนำ

คณิตศาสตร์ถือเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ กระทรวงศึกษาธิการ (Ministry of Education, 2008: 8) โดยในช่วงหลายปีที่ผ่านมาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้มุ่งเน้นที่จะพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และมีความสำคัญอย่างมาก ซึ่งเห็นได้จากกรอบของการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)) และโปรแกรมประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment (PISA)) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Fong and Leng, 2020: 107-108) โดยการให้เหตุผลเป็นหนึ่งในสามของพฤติกรรมการเรียนรู้หลักที่ถูกประเมินโดย TIMSS 2019 (Mullis and Martin, 2017: 7) อีกทั้งสถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในสามขององค์ประกอบหลักที่ถูกประเมินโดย PISA 2021 (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST), 2020)

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องสอนในการเรียนคณิตศาสตร์ (Kusumawardani, Isnarto and Junaedi, 2018: 49) มากไปกว่านั้น Rohana (2015) ชี้ให้เห็นว่าความสามารถในการให้เหตุผลเป็นประโยชน์สำหรับนักเรียนในการสร้างและเปรียบเทียบความคิดจากสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ต้องเผชิญ เพื่อให้นักเรียนสามารถตัดสินใจในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง



.....
อีกทั้ง Basra and Fauzi (2017: 87) กล่าวว่า การมีเหตุผลที่ดีนั้นสามารถทำให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ง่ายยิ่งขึ้น โดย Bragg and Herbert (2018: 180) ได้ให้องค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) ด้านการวิเคราะห์ เป็นการแยกแยะความสัมพันธ์ของข้อมูล 2) ด้านการสร้างข้อคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป เป็นการสังเกตแบบรูป และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อหาข้อสรุปเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และ 3) ด้านการยืนยันคำตอบ เป็นการอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ โดยการอ้างเหตุผลเชิงตรรกะ หลักการ หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

อย่างไรก็ตาม จากการปฏิบัติงานในการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตั้งข้อสังเกตได้ว่าชั้นเรียนที่ผู้วิจัยรับผิดชอบสอนนั้นนักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาที่เกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เช่น ขณะทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านมานักเรียนส่วนใหญ่ขาดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ กล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถแยกแยะความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้ ซึ่งทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์หรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางประเภทได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนมีปัญหาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการหาข้อสรุปของปัญหาที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการยืนยันคำตอบ กล่าวคือ เมื่อมีปัญหาที่ให้นักเรียนคาดการณ์รูปทั่วไปของสูตรทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่สามารถที่จะหาแบบรูปนั้นได้ อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่เน้นแต่การทำเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่เป็นตัวเลขเท่านั้น รวมถึงการให้เหตุผลของนักเรียนมักเป็นการอธิบายโดยขาดการอ้างอิงหลักการ ทฤษฎีหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จากทั้งสามประเด็นปัญหาหลักที่พบในชั้นเรียนของผู้วิจัยสอดคล้องกับกรอบแนวคิดความสามารถในการให้เหตุผลของ Bragg and Herbert (2018: 180) ดังที่ได้กล่าวข้างต้น

นอกจากนี้ สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) รายงานว่า ในผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2561 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของวิชาหลักอย่างคณิตศาสตร์สูงขึ้นจากปีการศึกษา 2560 กล่าวคือ นักเรียนทั้งประเทศได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 30.04 เพิ่มขึ้นจาก 26.30 ในส่วนของผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2561 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนส่นป่าตองวิทยาคม พบว่า นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 35.17 ซึ่งมากกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ แต่อย่างไรก็ตามคะแนนเฉลี่ยดังกล่าวยังคงไม่ผ่านเกณฑ์มาตรฐานที่ 50% (National Institute of Educational Testing Service, 2018) และหากพิจารณาแล้วนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2561 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2562 ที่ผู้วิจัยได้รับผิดชอบสอนถึงร้อยละ 80

โดยสาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีปัญหาทั้งทางด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งต้องยอมรับว่าอาจเกิดจากการจัดการเรียนการสอนของครูผู้สอนที่อาจไม่ได้เปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองเท่าที่ควร รวมถึงไม่ได้ปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต รู้จักสร้างข้อคาดการณ์ ประกอบการให้เหตุผลเพื่อยืนยันคำตอบของตนเอง เป็นต้น สอดคล้องกับ Saritas and Akdemir (2009) ได้กล่าวว่า วิธีการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์



จากการศึกษาแนวทางการสอนในศตวรรษที่ 21 พบว่า นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอวิธีการสอนรูปแบบต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่เน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง โดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ ซึ่งหนึ่งในวิธีการสอนนั้นคือ การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน (Problem-Based Learning: PBL) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Putra and Ikhsan (2019: 222) ที่ได้สำรวจความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายโดยใช้ PBL ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการเรียนรู้ด้วยวิธี PBL สูงขึ้น เมื่อเทียบกับนักเรียนที่เรียนแบบปกติ ขณะเดียวกัน Cahyono (2019: 52) พบว่า PBL สามารถเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทัศนคติของนักเรียนได้ โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้กรอบแนวคิดของ Othman, Salleh and Sulaiman (2013: 248) ที่ได้เสนอว่า PBL เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ถูกขับเคลื่อนไปด้วยสถานการณ์ปัญหาในโลกแห่งความจริง มีทั้งสิ้น 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ชี้นำเสนอสถานการณ์ปัญหา 2) ขั้นทำงานเดี่ยว 3) ขั้นทำงานกลุ่ม 4) ชี้นำเสนอ อภิปรายและสรุป 5) ขั้นให้งานหรือแบบฝึกหัด

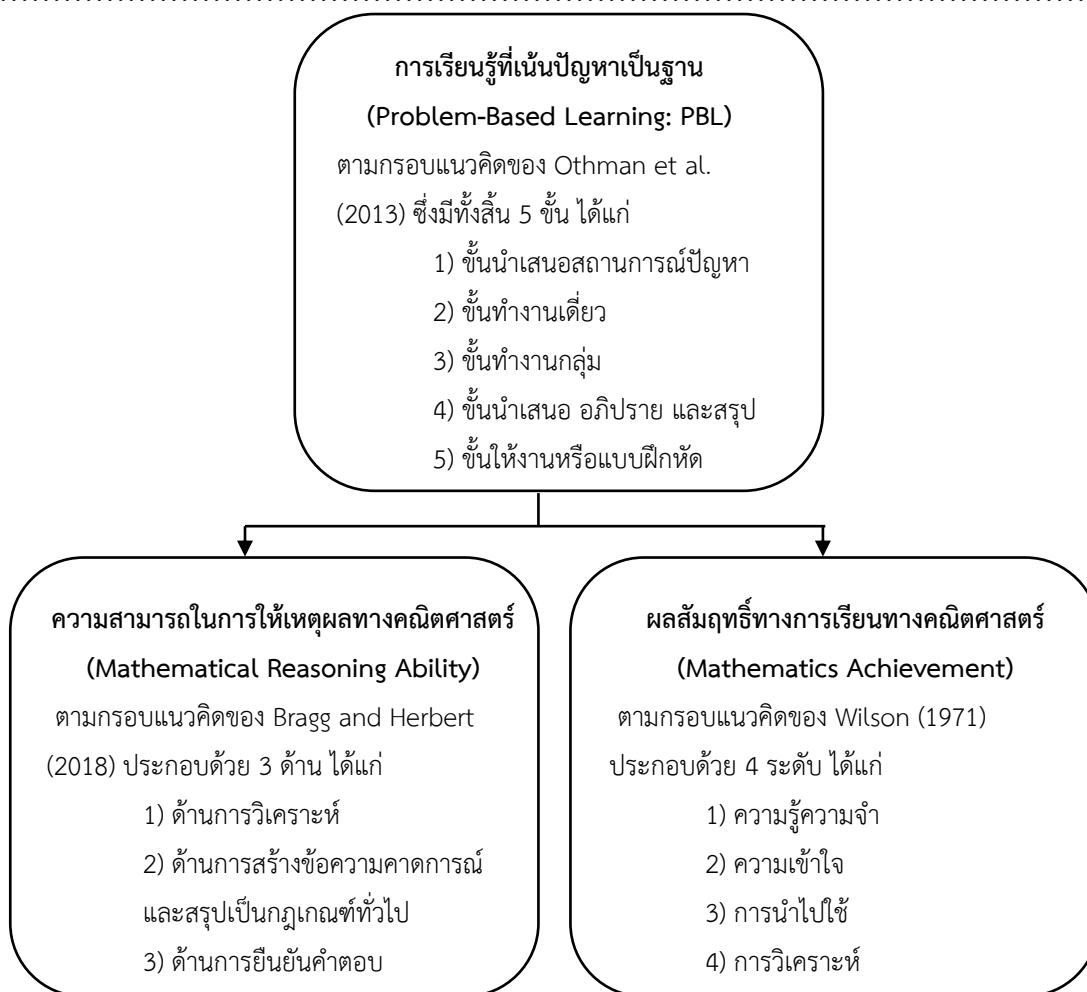
ด้วยความเป็นมาและความสำคัญข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน

กรอบแนวคิดการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาจากแนวคิดของนักวิชาการ นักการศึกษา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้ การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน ตามกรอบแนวคิดของ Othman, Salleh and Sulaiman (2013) มีทั้งสิ้น 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ชี้นำเสนอสถานการณ์ปัญหา 2) ขั้นทำงานเดี่ยว 3) ขั้นทำงานกลุ่ม 4) ชี้นำเสนอ อภิปรายและสรุป และ 5) ขั้นให้งานหรือแบบฝึกหัด เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของ Bragg and Herbert (2018) ซึ่งมีทั้งสิ้น 3 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านการวิเคราะห์ 2) ด้านการสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป 3) ด้านการยืนยันคำตอบ และเพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของ Wilson (1971) มีทั้งสิ้น 4 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านความรู้ความจำในการคิดคำนวณ 2) ด้านความเข้าใจ 3) ด้านการนำไปใช้ และ 4) ด้านการวิเคราะห์ ซึ่งได้กรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นวิจัยแบบแผนเชิงผสมผสาน (Mixed Method Research) แบบรองรับภายใน (Embedded Design) เป็นการวิจัยที่มีการวิจัยย่อยเป็นเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณภายในการวิจัยหลัก ตามที่ รัตนะ บัวสนธ์ (Buason, 2013: 97) ได้นิยามไว้ ซึ่งมีรายละเอียดในการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 39 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ณ โรงเรียนสันป่าตองวิทยาคม อำเภอสันป่าตอง จังหวัดเชียงใหม่ เนื่องจากเป็นหนึ่งในห้องเรียนที่ผู้วิจัยได้รับผิดชอบสอนหลัก จากทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนห้องเรียนนี้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับต่ำกว่าอีก 2 ห้องเรียน อีกทั้งขาดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พอสมควร ผู้วิจัยจึงเจาะจงห้องเรียนนี้เป็นกลุ่มเป้าหมาย

2. เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน 2) แบบประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ 4) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอนการสร้างและการพัฒนา ดังนี้



2.1 ศึกษาเอกสารและรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และหนังสือรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น

2.2 สร้างแผนจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น จำนวน 10 แผน โดยแต่ละแผนมีองค์ประกอบ 5 ชั้น ตามกรอบแนวคิดของ Othman, Salleh and Sulaiman (2013: 248) ได้แก่ 1) ชี้นำเสนอสถานการณ์ปัญหา 2) ชี้นำเสนอเนื้อหา 3) ชี้นำเสนอวิธีทำ 4) ชี้นำเสนอ อภิปรายและสรุป 5) ชี้นำเสนอหรือแบบฝึกหัด และออกแบบสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการทำ กิจกรรมในแต่ละคาบ จากนั้นนำแผนจำนวน 10 แผนที่ออกแบบไว้ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านตรวจสอบความ เทียบตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) และให้ข้อเสนอแนะ โดยพิจารณาจากค่า IOC มากกว่า 0.50 ซึ่งได้ ค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงและแก้ไขแผนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ในประเด็นดังต่อไปนี้ ความสอดคล้องของสถานการณ์ปัญหากับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผล ประเมินผลการเรียนรู้ การใช้ภาษาในสถานการณ์ปัญหาและคำถามควรชัดเจนและสื่อสารให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย

2.3 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและ ความน่าจะเป็น ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน โดยมีข้อคำถามที่สอดคล้องกับ กรอบแนวคิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ Bragg and Herbert (2018: 180) ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านการวิเคราะห์ 2) ด้านการสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป และ 3) ด้านการ ยืนยันคำตอบ จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนให้ ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่านตรวจสอบเพื่อประเมินความถูกต้องของเนื้อหาและให้คำแนะนำ โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป

2.4 สร้างแบบประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้สำหรับประเมิน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านการวิเคราะห์ 2) ด้านการสร้างข้อความ คาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป และ 3) ด้านการยืนยันคำตอบ จากผลงานนักเรียน ได้แก่ ใบกิจกรรมเดี่ยว ใบกิจกรรมกลุ่ม และแบบฝึกหัด โดยแบ่งเกณฑ์การประเมินออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้ ระดับ 0-4 (ต้องปรับปรุง - ดีมาก) ตามกรอบแนวคิดของ Bragg and Herbert (2018: 180) รายละเอียดเกณฑ์การประเมินดังตารางที่ 1 - 3



.....
ตารางที่ 1 แสดงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์

ระดับ	แปลผล	คำอธิบาย
4	ดีมาก	เขียนแยกแยะความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้องสมบูรณ์
3	ดี	เขียนแยกแยะความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
2	พอใช้	เขียนแยกแยะความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้องเพียงเล็กน้อย
1	ควรปรับปรุง	เขียนแยกแยะความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้แต่ไม่ถูกต้อง
0	ต้องปรับปรุง	ไม่เขียนแยกแยะความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้

ตารางที่ 2 แสดงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างข้อความ
คาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

ระดับ	แปลผล	คำอธิบาย
4	ดีมาก	สร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องสมบูรณ์
3	ดี	สร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
2	พอใช้	สร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปได้ถูกต้องแต่ยังไม่เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
1	ควรปรับปรุง	สร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปแต่ไม่ถูกต้อง
0	ต้องปรับปรุง	ไม่สร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป



.....

ตารางที่ 3 แสดงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการยืนยันคำตอบ

ระดับ	แปลผล	คำอธิบาย
4	ดีมาก	เขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ เพื่อยืนยันคำตอบของตนเองโดยใช้หลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องสมบูรณ์
3	ดี	เขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ เพื่อยืนยันคำตอบของตนเองโดยใช้หลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
2	พอใช้	เขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ เพื่อยืนยันคำตอบของตนเองโดยใช้หลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงเล็กน้อย
1	ควรปรับปรุง	เขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ เพื่อยืนยันคำตอบของตนเองถูกต้องแต่ไม่ใช้หลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์
0	ต้องปรับปรุง	ไม่เขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบ เพื่อยืนยันคำตอบของตนเอง หรือเขียนอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง

2.5 สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น จำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน แบ่งเป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก 18 ข้อ (18 คะแนน) และแบบอัตนัยสำหรับแสดงวิธีทำ 2 ข้อ (2 คะแนน) ครอบคลุมความสามารถของนักเรียนในด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain) ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน ตามกรอบแนวคิดของ Wilson (1971) ได้แก่ 1) ด้านความรู้ความจำ 2) ด้านความเข้าใจ 3) ด้านการนำไปใช้ และ 4) ด้านการวิเคราะห์ จากนั้นนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ส่งผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านเพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงและพิจารณาความเหมาะสมและความชัดเจนของภาษาที่ใช้ โดยคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป จากนั้นนำแบบวัดฯ ไปทดลองใช้ (Try Out) พบว่ามีค่าความยาก-ง่าย อยู่ระหว่าง 0.25 - 0.75 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.33 - 0.67 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.61 เนื่องจากมีเวลาจำกัดในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยจึงได้นำไปทดลองใช้เพียง 1 ครั้ง

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตลอดกระบวนการวิจัย โดยมีรายละเอียดในการเก็บข้อมูลดังต่อไปนี้

3.1 ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 10 แผน แผนละ 100 นาที เป็นระยะเวลา 5 สัปดาห์

3.2 ระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำใบงานเดี่ยว ใบงานกลุ่ม และแบบฝึกหัด เพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน



.....

3.3 หลังจากดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานเสร็จสิ้นทั้ง 10 แผน ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายเป็นเวลา 50 นาที และนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น จำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายเป็นเวลา 50 นาที

3.4 ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

4. การวิเคราะห์ข้อมูล หลังจากการเก็บรวบรวมข้อมูลแล้ว ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

4.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ พิจารณาจากผลงานนักเรียน (ใบงานเดี่ยว ใบงานกลุ่ม และแบบฝึกหัด)

4.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ พิจารณาจากแบบประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

โดยสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ จะใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) และสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ จะใช้สถิติเชิงพรรณนา ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคะแนนเฉลี่ยของระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นำไปเทียบกับเกณฑ์การแปลความหมายของบุญชม ศรีสะอาด (Srisaard, 2013) ซึ่งแบ่งเป็น 5 ระดับ ดังนี้ 3.21 – 4.00 คะแนนอยู่ในระดับดีมาก 2.41 – 3.20 คะแนนอยู่ในระดับดี 1.61 – 2.40 คะแนนอยู่ในระดับพอใช้ 0.81 – 1.60 คะแนนอยู่ในระดับควรปรับปรุง และ 0.00 – 0.80 คะแนนอยู่ในระดับต้องปรับปรุง

ผลการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วัดจากแบบประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ครั้งที่ 1 (ใช้ประเมินผลงานนักเรียนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3), แบบประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ครั้งที่ 2 (ใช้ประเมินผลงานนักเรียนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6), แบบประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 3 (ใช้ประเมินผลงานนักเรียนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-10), และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของ Bragg and Herbert (2018: 180) ซึ่งในแต่ละด้านของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีระดับคะแนนตั้งแต่ 0 ถึง 4 คะแนน (ต้องปรับปรุง - ดีมาก) เมื่อวิเคราะห์คะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 39 คน ได้ผลดังตารางที่ 4



.....
ตารางที่ 4 แสดงคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ทั้ง 3 ด้านของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (n=39)

ความสามารถใน การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คะแนนเฉลี่ย 0 – 4 (ต้องปรับปรุง – ดีมาก)				คะแนน เฉลี่ยรวม แต่ละด้าน	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน	แปล ความ หมาย
	แบบประเมิน การให้เหตุผล ครั้งที่ 1	แบบประเมิน การให้เหตุผล ครั้งที่ 2	แบบประเมิน การให้เหตุผล ครั้งที่ 3	แบบวัด การให้ เหตุผล			
1. ด้านการวิเคราะห์	2.31 (พอใช้)	2.85 (ดี)	3.35 (ดีมาก)	3.41 (ดีมาก)	2.98	0.51	ดี
2. ด้านการสร้าง ข้อความคาดการณ์ และสรุปเป็น กฎเกณฑ์ทั่วไป	2.04 (พอใช้)	2.64 (ดี)	3.00 (ดี)	3.31 (ดีมาก)	2.75	0.55	ดี
3. ด้านการยืนยัน คำตอบ	2.84 (ดี)	2.95 (ดี)	3.25 (ดีมาก)	3.31 (ดีมาก)	3.09	0.23	ดี
คะแนนเฉลี่ย รวมทั้ง 3 ด้าน	2.40 (พอใช้)	2.81 (ดี)	3.20 (ดี)	3.34 (ดีมาก)	2.94	0.42	ดี

จากตารางที่ 4 พบว่า คะแนนเฉลี่ยรวมแต่ละด้านของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน
อยู่ในระดับดี โดยหากพิจารณาแต่ละด้าน พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยสูงขึ้นทุกครั้ง เมื่อวัดจากแบบประเมินการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 1- 3 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ผลงานนักเรียน (ใบงานเดี่ยว ใบงานกลุ่ม และแบบฝึกหัด) ที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 ด้านการวิเคราะห์ (Analyzing) สังเกตได้อย่างชัดเจนจากขั้นที่ 2 ขั้นทำงานเดี่ยว และขั้นที่ 3 ขั้นทำงาน
กลุ่มของ PBL เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองและเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม

ดังสถานการณ์ปัญหาต่อไปนี้ “รหัสนักเรียนมีทั้งหมด 9 หลัก โดยแต่ละหลักเกิดจากเลขโดด 0-9
มาเรียงต่อกัน ถ้าตัวต้องการเข้าศึกษาต่อระดับปริญญาตรี คณะมนุษยศาสตร์ ภาควิชา ในปีการศึกษา 2564
จะสร้างรหัสนักเรียนของนายตะวันได้กี่จำนวน โดยมีเงื่อนไขดังนี้ 1) หลักที่ 1-2 ต้องเป็นเลข 64 เท่านั้น
เพราะเข้าศึกษาในปี 2564 2) หลักที่ 3-4 ต้องเป็นเลข 01 เท่านั้น เพราะศึกษาคณะมนุษยศาสตร์ 3) หลักที่ 5-6
ต้องเป็นเลข 10 เท่านั้น เพราะศึกษาระดับปริญญาตรีภาควิชา และ 4) หลักที่ 7-9 ต้องเป็นเลข 9 อย่างน้อยสอง
หลัก เพราะเป็นเลขมงคลของตะวัน” โดยตัวอย่างคำตอบของนักเรียนแสดงดังภาพที่ 1 และ 2



■ คำถาม นักเรียนคิดว่าขั้นตอนการสร้างรหัสตามเงื่อนไขของตัววันเป็นขั้นตอนการทำงานที่ต่อเนื่องหรือไม่ ถ้าใช่ควรใช้หลักการใดในการแก้ปัญหา เพราะเหตุใด
ต่อเนื่อง ควรใช้หลักการคูณ เพราะ สลับการคูณหรือคูณกัน

■ คำถาม นักเรียนคิดว่าขั้นตอนการสร้างรหัสตามเงื่อนไขของตัววันในสถานการณ์ปัญหานี้ต้องคิดโดยแบ่งกรณีหรือไม่ ถ้าใช่แบ่งได้กี่กรณี เพราะเหตุใด แบ่งกรณีได้ 4 กรณี เพราะ
เลข 9 อยู่หลักที่ 7, 8 หลักที่ 7, 9 หลักที่ 8, 9 และหลัก 7, 8, 9

ภาพที่ 1 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในด้านการวิเคราะห์

กรณีที่ 1 $\frac{9}{1} \times \frac{9}{1} \times \frac{0-8}{9} = 9$ วิธียู่ตำแหน่งที่ 7 และ 8

กรณีที่ 2 $\frac{9}{1} \times \frac{0-8}{9} \times \frac{9}{1} = 9$ วิธียู่ตำแหน่งที่ 7 และ 9

กรณีที่ 3 $\frac{0-8}{9} \times \frac{9}{1} \times \frac{9}{1} = 9$ วิธียู่ตำแหน่งที่ 8 และ 9

กรณีที่ 4 $\frac{9}{1} \times \frac{9}{1} \times \frac{9}{1} = 1$ วิธียู่ตำแหน่งที่ 7, 8 และ 9

รวมกรณีที่ 1 + กรณีที่ 2 + กรณีที่ 3 + กรณีที่ 4
 $\frac{9}{9} + \frac{9}{9} + \frac{9}{9} + 1 = 28$ วิธียู่

ภาพที่ 2 ตัวอย่างแสดงวิธีคิดของนักเรียนในด้านการวิเคราะห์

จากภาพที่ 1 และ 2 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถเขียนแยกแยะความสัมพันธ์โดยใช้ความรู้เดิม (เรื่องหลักการบวกและหลักการคูณ) จากสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งอยู่ในระดับที่ 4 (ดีมาก) โดยมีนักเรียนที่อยู่ในระดับนี้จำนวน 6 คน จากทั้งหมด 39 คน คิดเป็นร้อยละ 15.38 ขณะเดียวกันนักเรียนที่อยู่ในระดับที่ 3 (ดี) มีจำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 23.08 ,นักเรียนที่อยู่ในระดับที่ 2 (ปานกลาง) มีจำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 38.46 และนักเรียนที่อยู่ระดับที่ 1 (ควรปรับปรุง) มีจำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 23.08

1.2 ด้านการสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป (Forming Conjectures and Generalizing) สังเกตได้อย่างชัดเจนจากขั้นที่ 3 ขั้นทำงานกลุ่มของ PBL เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยขั้นนี้เป็นขั้นที่สถานการณ์ปัญหาจะขยายมาจากขั้นที่ 2 ขั้นทำงานเดี่ยว เพื่อให้นักเรียนช่วยกันสังเกต สร้างข้อความคาดการณ์และหาสูตรทั่วไป

ตั้งสถานการณ์ปัญหาต่อไป “หากนักเรียนต้องการส่งของบริจาคในวันเด็กโดยเลือกใส่กล่องบริจาค ขนาดใดก็ได้ที่รองรับน้ำหนักได้มากขึ้นถึง 10 kg. และมีบริการของบริษัทขนส่งให้เลือกมากขึ้นถึง 5 บริษัท ดังนี้ บริษัทไปรษณีย์ไทย, บริษัท KERRY, บริษัท SPEED-D, บริษัท Nim Express และบริษัท LINE MAN จากอำเภอ สันป่าตองไปยังห้องเรียนผาแดง อ.สบเมย จ.แม่ฮ่องสอน นักเรียนสามารถเลือกส่งสินค้าได้กี่วิธี” โดยตัวอย่างคำตอบของนักเรียนแสดงดังภาพที่ 3



.....

■ นักเรียนคิดว่าหากมีบริษัทขนส่งสินค้ามากขึ้น นักเรียนสามารถใช้หลักการบวกได้อยู่หรือไม่เพราะเหตุใด และสามารถสรุปสูตรของหลักการดังกล่าวเป็นหลักการทั่วไปได้อย่างไร

ได้ เพราะ หลักการบวกนั้นการเพิ่มขึ้นที่ไม่ต่อเนื่อง จะไม่สามารถใช้หลักการคูณในการคิดได้

ดังนั้นจึงใช้หลักการบวก

สูตรที่เป็นหลักการทั่วไป คือ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

ภาพที่ 3 ตัวอย่างแสดงการสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปของนักเรียน

จากภาพที่ 3 ได้ว่า นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้มาเขียนเพื่อสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งอยู่ในระดับที่ 4 (ดีมาก) โดยมีนักเรียนที่อยู่ในระดับนี้จำนวน 9 คน จากทั้งหมด 39 คน คิดเป็นร้อยละ 23.08 ขณะเดียวกันนักเรียนที่อยู่ในระดับที่ 3 (ดี) มีจำนวน 6 คน คิดเป็นร้อยละ 15.38 ,นักเรียนที่อยู่ในระดับที่ 2 (ปานกลาง) มีจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 30.77 และนักเรียนที่อยู่ระดับที่ 1 (ควรปรับปรุง) มีจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 30.77

1.3 ด้านการยืนยันคำตอบ (Justifying)) สังเกตได้อย่างชัดเจนจากขั้นที่ 5 ขึ้นให้งานหรือแบบฝึกหัดของ PBL เป็นขั้นต่อจากขั้นนำเสนอ อภิปราย และสรุป หลังจากที่นักเรียนและครูร่วมกันสรุปประเด็นเนื้อหาที่ได้จากคาบนี้ ครูจะแจกแบบฝึกหัดให้นักเรียนแต่ละคนเพื่อทบทวนความรู้และเปิดโอกาสให้นักเรียนเขียนเหตุผลสนับสนุนแนวคิดหรือยืนยันคำตอบของตนเอง

ตั้งสถานการณ์ปัญหาต่อไปนี้ “ในการแข่งขันฟุตบอลรายการหนึ่ง มีทีมเข้าร่วมการแข่งขัน 7 ทีม โดยรูปแบบการจัดการแข่งขันฟุตบอลครั้งนี้เป็นแบบแข่งขันพบกันหมด ซึ่งมีการแข่งขันวันละ 1 นัด ถามว่า จะต้องจัดการแข่งขันฟุตบอลทั้งสิ้นกี่วัน”

$$P_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)!2!} = \frac{7!}{(5)!2!}$$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1}$$

$$7 \times 6 = \frac{42}{2!} = 21 \text{ นัด}$$

■ คำถาม นักเรียนคิดว่าวิธีการคิดหาคำตอบที่นักเรียนคิดได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

ถูกต้อง เพราะ คิดโดยการแข่งขันทันทีให้แล้ว จึงใช้สูตรการคูณ

ภาพที่ 4 ตัวอย่างแสดงวิธีคิดและการยืนยันคำตอบของนักเรียน

จากภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลสนับสนุนคำตอบเพื่อยืนยันคำตอบของตนเองโดยใช้หลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งอยู่ในระดับที่ 4 (ดีมาก) โดยมีนักเรียนที่อยู่ในระดับนี้จำนวน 14 คน จากทั้งหมด 39 คน คิดเป็นร้อยละ 35.90 ขณะเดียวกันนักเรียนที่อยู่ในระดับที่ 3 (ดี) มีจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 30.77, นักเรียนที่อยู่ในระดับที่ 2 (ปานกลาง) มีจำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 23.08 และนักเรียนที่อยู่ระดับที่ 1 (ควรปรับปรุง) มีจำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 10.25



2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมด้าน 1) ความรู้ความจำ 2) ความเข้าใจ 3) การนำไปใช้ และ 4) การวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 39 คน ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นปัญหาเป็นฐานเรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น จำนวน 20 ข้อ รวม 20 คะแนน โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนเทียบเกณฑ์ร้อยละ 60 ได้ผลดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 แสดงคะแนนเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 ด้านของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (n=39) แสดงได้ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	คะแนนเฉลี่ย	คิดเป็นร้อยละ	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 60% (คน)	คิดเป็นร้อยละ
ด้านความรู้ความจำ (2 ข้อ รวม 2 คะแนน)	1.62	81.00	0.54	25	64.10
ด้านความเข้าใจ (8 ข้อ รวม 8 คะแนน)	6.33	79.13	0.90	33	84.62
ด้านการนำไปใช้ (8 ข้อ รวม 8 คะแนน)	4.77	59.63	1.09	23	58.97
ด้านการวิเคราะห์ (2 ข้อ รวม 2 คะแนน)	1.26	63	0.85	20	51.28
รวม (20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	13.97	69.85	1.98	30	76.92

จากตารางที่ 5 แสดงข้อมูลที่ได้จากการทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ 76.92% มีคะแนนผ่านเกณฑ์มาตรฐาน คือ ได้คะแนนตั้งแต่ 60% ขึ้นไป โดยมีคะแนนเฉลี่ยเป็น 13.97 คะแนน (คิดเป็น 69.85%) จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.98 นอกจากนี้ ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีค่าสูงที่สุด คือ ด้านความรู้ความจำ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.00 และร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีค่าต่ำที่สุด คือ ด้านการนำไปใช้ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 59.63



สรุปผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัยจากการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานที่ปรับมาจากกรอบของ Othman, Salleh and Sulaiman (2013: 248) และจากการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ตามกรอบของ Bragg and Herbert (2018: 180) ได้แก่ 1) ด้านการวิเคราะห์ 2) ด้านการสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป และ 3) ด้านการยืนยันคำตอบ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านความรู้ความจำในการคิดคำนวณ 2) ด้านความเข้าใจ 3) ด้านการนำไปใช้ และ 4) ด้านการวิเคราะห์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัย พบว่า นักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการวิเคราะห์ ด้านการสร้างข้อความคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป และด้านการยืนยันคำตอบ ตามกรอบแนวคิดของ Bragg and Herbert (2018: 180) มีคะแนนเฉลี่ยสูงขึ้นทุกครั้ง เมื่อวัดจากแบบประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคะแนนเฉลี่ยในภาพรวมแต่ละด้าน เท่ากับ 2.98 2.75 และ 3.09 ตามลำดับ ซึ่งอยู่ในระดับดี

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ 76.92% มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์มาตรฐานของโรงเรียนร้อยละ 60 โดยมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็น 13.97 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 69.85% และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.98

อภิปรายผลการวิจัย

จากการวิจัยแบบผสมผสานในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น และความน่าจะเป็น ผู้วิจัยเห็นว่าประเด็นที่สมควรนำมาอภิปราย ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

โดยเฉลี่ยนักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน อยู่ในระดับดี อาจเนื่องมาจาก PBL นั้นเป็นการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยใช้สถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง น่าสนใจ ชับซ้อน และมีแนวทางการหาคำตอบที่หลากหลายเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เปิดโอกาสให้นักเรียนพยายามวิเคราะห์ แก้ปัญหา และหาข้อสรุปด้วยตนเอง เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม และการอภิปรายในชั้นเรียน โดยครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้สนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Ellis (2007) ที่ได้ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า การใช้เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียนมีอิทธิพลต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนมากกว่าสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั่วไป มากไปกว่านี้ Napitupulu, Suryadi and Kusumah (2016: 117) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยใช้ PBL ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนในชั้นเรียน PBL มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในชั้นเรียนปกติ สอดคล้องกับ Putra and Ikhsan (2019: 222) ที่ได้สำรวจความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายผ่าน PBL



.....
พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้ด้วยวิธี PBL สูงขึ้นเมื่อเทียบกับ
ชั้นเรียนปกติ

อย่างไรก็ตามความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ด้านการสร้างข้อความคาดการณ์และสรุป
เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป) มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับต่ำที่สุด สาเหตุอาจมาจากการตั้งข้อสังเกตเพื่อหาความสัมพันธ์ของแบบรูป
และการวางนัยทั่วไปเพื่อสรุปสูตรเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างเป็นนามธรรมสำหรับนักเรียน สอดคล้องกับ
งานวิจัยของ Napitupulu (2017: 172) ที่ทำการวิจัยเพื่อวิเคราะห์และพัฒนาการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับทักษะ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้ความสัมพันธ์เกี่ยวกับแบบรูปเพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ เปรียบเทียบ หรือสรุปเป็นกรณี
ทั่วไปของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำที่สุดจากองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ทั้งหมด 4 ด้าน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จากการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น ที่นักเรียนส่วนใหญ่
76.92% มีคะแนนจากการทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์มาตรฐาน คือ ได้คะแนนตั้งแต่
60% ขึ้นไป ผู้วิจัยคิดว่าอาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานที่มีสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิต
จริงของนักเรียนทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นในการเรียนมากขึ้น สอดคล้องกับ Kalaivani and Tarmizi
(2014) ที่ได้ทำวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในชั้นเรียน
PBL พบว่า PBL สามารถเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนได้ และสอดคล้องกับ Cahyono (2019: 52)
ที่ได้ทำวิจัยเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทัศนคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ PBL
พบว่า PBL สามารถเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทัศนคติของนักเรียนได้

อย่างไรก็ตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ด้านการนำไปใช้) ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยต่ำที่สุด ทั้งนี้
อาจเนื่องมาจากพฤติกรรมขั้นการนำไปใช้เป็นระดับพฤติกรรมของการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นที่สูง และผู้วิจัย
ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลเพียง 5 สัปดาห์ ซึ่งอาจทำให้นักเรียนยังไม่สามารถที่จะนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้
ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ยุ้งยาก และซับซ้อนได้ทุกสถานการณ์เท่าที่ควร

ข้อเสนอแนะ

จากการทำวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะในประเด็นต่าง ๆ ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1.1 จากการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการสร้างข้อความ
คาดการณ์ และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปโดยเฉลี่ยรวมมีคะแนนต่ำสุด ดังนั้น ครูผู้สอนจึงควรยกตัวอย่าง
หรือออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายมากพอ เพื่อให้นักเรียนตั้งข้อสังเกต หาแบบรูป และรวบรวมข้อมูล
เพื่อนำมาสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์/สูตรทั่วไปได้



1.2 เนื่องจากเวลาที่จำกัดในการเก็บข้อมูล ผู้วิจัยจึงได้ทดลองใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เพียง 1 ครั้ง ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบค่อนข้างต่ำ ดังนั้นการนำผลวิจัยไปใช้ผู้วิจัยควรกำหนดระยะเวลาในการเก็บข้อมูลและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่แน่ชัด และสำรองเวลาไว้หากทดลองใช้แล้วค่าความเชื่อมั่นที่ได้ครั้งแรกต่ำ อย่างไรก็ตามหากมีข้อจำกัดเรื่องเวลาในการทดลองใช้ ควรเพิ่มจำนวนผู้เชี่ยวชาญช่วยประเมินคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ให้มากขึ้น

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการออกแบบการวิจัยเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนที่ต่างกัน

2.2 ควรใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานมาบูรณาการร่วมกับเทคนิคการสอนอื่น ๆ เช่น การเรียนรู้แบบอุปนัย เทคโนโลยี เป็นต้น เพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.3 ควรใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานตามกรอบแนวคิดของ Othman, Salleh and Sulaiman (2013) เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ เช่น ฟังก์ชัน ตรรกศาสตร์ เป็นต้น

References

- Basra, M. and Fauzi, K. M. A. (2017). "An Analysis of Students' Mathematical Reasoning Ability Using Metacognitive Strategy Based-learning in Malay Culture among Junior High School Students". **Journal of Mathematics Education and Practice** 8(21): 87-92.
- Bragg, L. A. and Herbert, S. (2018). "What Can Be Learned from Teachers Assessing Mathematical Reasoning: A Case Study". In Hunter, J., Perger, P., & Darragh, L. (Eds.). **Proceedings of the 41st Annual Conference of The Mathematics Education Research Group of Australasia** : 178-185.
- Buason, R. (2013). **Mixed Method Research and Evaluation**. 2nd ed. Bangkok: Chulalongkorn University Press. (in Thai)
- Cahyono, A. E. Y. (2019). "Improving Achievement and Attitudes towards Mathematics Using Problem-Based Learning Setting Team Accelerated Instruction". **Journal of Mathematics Education** 4(2): 52-59.
- Ellis, A. B. (2007). "Connections between Generalizing and Justifying: Students' Reasoning with Linear Relationships". **Journal for Research in Mathematics Education** 38(3): 194-229.
- Fong, W. L. and Leng, L. O. W. (2020). **Strategies to Foster Mathematical Reasoning and Communication**. [Online]. Retrieved May 15, 2020, from <https://www.worldscientific.com/>



-
- Kalaivani, K. and Tarmizi, R. A. (2014). “Assessing Thinking Skills: A Case of Problem-Based Learning in Learning of Algebra among Malaysian form Four Students”. **Journal of International Academic Research for Multidisciplinary** 2(3): 166-173.
- Kusumawardani, D. R., Isnarto, I. and Junaedi, I. (2018). “Mathematical Reasoning Based on Belief in PBL with Dyadic Interaction Approach”. **Unnes Journal of Mathematics Education Research** 7(1): 48-53.
- Ministry of Education. (2008). **The Basic Education Core Curriculum (A.D.2008)**. Bangkok: The Agricultural Co-operative Federation of Thailand Printing. (in Thai)
- Mullis, I. V. and Martin, M. O. (2017). **TIMSS 2019 Assessment Frameworks**. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Napitupulu, E. E. (2017). “Analyzing the Teaching and Learning of Mathematical Reasoning Skills in Secondary School”. **Journal Asian Social Science** 13(02): 167-173.
- Napitupulu, E. E., Suryadi, D. and Kusumah, Y. S. (2016). “Cultivating Upper Secondary Students’ Mathematical Reasoning-ability and Attitude towards Mathematics through Problem-Based Learning”. **Journal on Mathematics Education** 7(2): 117-128.
- National Institute of Educational Testing Service (Public Organization). (2018). **The Result of the Ordinary National Educational Testing (O-Net) of Academic Year 2018**. [Online]. Retrieved August 21, 2019, from <http://www.niets.or.th/>. (in Thai)
- Othman, H., Salleh, B. M. and Sulaiman, A. (2013). “5 Ladders of Active Learning: An Innovative Learning Steps in PBL Process”. **The 4th International Research Symposium on Problem Based Learning (IRSPBL)** : 245-253.
- Putra, P. and Ikhsan, M. (2019). “Mathematical Reasoning Ability and Learning Independence of High School Students through Problem Based Learning Model”. **International Journal for Educational and Vocational Studies** 1(3): 217-223.
- Rohana, R. (2015). “Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Calon Guru Melalui Pembelajaran Reflektif”. **Infinity Journal** 4(1): 105-119.
- Saritas, T. and Akdemir, O. (2009). “Identifying Factors Affecting the Mathematics Achievement of Students for Better Instructional Design”. **International Journal of Instructional Technology and Distance Learning** 6(12): 21-36.
- Srisaard, B. (2013). **Introduction of Research**. 9th ed. Bangkok: Suwiriyan. (in Thai)
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2020). **PISA 2021 Mathematics Framework**. [Online]. Retrieved August 5, 2020, from <http://pisathailand.ipst.ac.th/>. (in Thai)



.....
Wilson, J. W. (1971). **Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics**. New York, NY:
McGraw-Hill.