



การพัฒนาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

Development of Components and Indicators of Mathematical Thinking for
High School Students

ไพรัช เจริญตรีเพชร*

Phairat Jaroentreephet

รุ่งทิwa แยมรุ่ง**

Rungtiwa Yamrung

กิตติชัย สุธาสิโนบล**

Kittichai Suthasinobon

Received : August 31, 2023

Revised : March 8, 2024

Accepted : July 3, 2025

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย และ 2) ประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มเป้าหมายในการวิจัย คือ ผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความเชี่ยวชาญด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจงตามคุณสมบัติของผู้ทรงคุณวุฒิ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง และ 2) แบบประเมินความเหมาะสมแบบมาตราส่วนประมาณค่า วิเคราะห์ข้อมูลโดย

*นักศึกษาลัทธิสุตรปรัชญาคุณวุฒิบัณฑิต สาขาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

Doctoral student in the Doctor of Philosophy Program in Educational Science and Learning Management, Faculty of Education, Srinakharinwirot University(Corresponding Author)
e-mail: golfphairat@gmail.com

**อาจารย์ประจำคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

Lecturer, Faculty of Education, Srinakharinwirot University

1) การวิเคราะห์ ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content Analysis) และ 2) สถิติที่ใช้ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ผลการวิจัย พบว่า 1) องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ประกอบด้วย 7 องค์ประกอบหลัก 14 องค์ประกอบย่อย 14 ตัวบ่งชี้ และ 2) องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความเหมาะสมอยู่ในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 3.83$, S.D. = 0.45)

คำสำคัญ : องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ / การคิดเชิงคณิตศาสตร์ / นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

ABSTRACT

The objectives of this research article were 1) to develop competency components and indicators of Mathematical Thinking for high school students and 2) to assess the appropriateness of competency components and indicators of Mathematical Thinking for high school students. The subject of the research was 5 experts, expertising in mathematical thinking or mathematical learning management, were selected by purposive sampling according to their qualifications. Research tools were 1) semi-structured interview and 2) estimated scale suitability assessment form. The data were analyzed by 1) content analysis and 2) arithmetic mean and standard deviation. The results of the research revealed that 1) components and indicators of Mathematical Thinking for high school students consisted of 7 main components, 14 minor components, and 14 indicators and 2) the components and indicators of Mathematical Thinking for high school students were appropriate at a high level to the most. ($\bar{X} = 3.83$, S.D. = 0.45)

Keywords : Components and Indicators / Mathematical Thinking / High School Students

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในชีวิตประจำวันของทุกคนมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เสมอ อาจเป็นทางตรงหรือทางอ้อม การศึกษาคณิตศาสตร์จึงมีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาด้านความคิดของผู้เรียน ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการคิด อย่างเป็นเหตุเป็นผล และยังมีบทบาทสำคัญต่อโลกในวิทยาการหลากหลายแขนง สอดคล้องกับ Office of the Basic Education Commission (2017) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการ เรียนรู้เพื่อพัฒนาความเป็นเหตุเป็นผลและการแก้ปัญหาในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือ สถานการณ์ได้ อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถ คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาความ เจริญก้าวหน้าของกระบวนการคิดของมนุษย์และ ช่วยให้นักเรียนสามารถคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ใหม่ๆ สร้างสรรค์งาน

หรือนวัตกรรมเพื่อส่งเสริมให้มนุษย์ได้รับความสะดวกสบายและความปลอดภัยมากขึ้น อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานในการพัฒนาศาสตร์สาขาอื่นๆ เช่น วิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ แพทยศาสตร์ สถิติศาสตร์ สังคมศาสตร์ เป็นต้น ในฐานะเครื่องมือในการคิดการทำงาน และการสร้างองค์ความรู้ Makhanong (2015) จึงกล่าวได้ว่า การศึกษาคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้มีความทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม ความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่มีเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญดังที่ได้กล่าวในข้างต้น แต่ผลการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทยยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ผู้เรียนยังไม่สามารถคิดแก้ปัญหา และไม่สามารถนำตนเองไปสู่การเป็นบุคคลแห่งการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังจะเห็นได้จากผลการทดสอบทางคณิตศาสตร์ตามโครงการประเมินผลผู้เรียนนานาชาติหรือ PISA 2018 ซึ่งผลการประเมิน พบว่า คะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยได้คะแนน 419 คะแนน ซึ่งอยู่ในลำดับที่ 66 จากประเทศที่เข้าร่วมประเมินผล PISA ทั้งหมด 79 ประเทศ (OECD, 2018) และยังสอดคล้องกับรายงานผลการประเมินของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2549 ถึงปี พ.ศ. 2562 พบว่า มีผลคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ในทุกๆ ปี (National Institute of Educational Testing Service (Public Organization, 2019) นอกจากการประเมินดังกล่าว ในยุคปัจจุบันพบว่าวิธีการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังขาดความเหมาะสม ไม่สอดคล้องกับบริบทของเนื้อหาที่สอน ขาดการเน้นและพัฒนาทางด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้เรียนไม่สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้อธิบาย สอนเพียงให้ผู้เรียนรู้เพียงเนื้อหา ขาดการสอนให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้และมีประสิทธิภาพในอนาคต (Joyce, et al., 2009, p. 6) จึงไม่สามารถส่งเสริมให้ผู้เรียน มีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ไม่สามารถนำตนเองไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนขาดทักษะการรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม ซึ่งเป็นทักษะที่ควรส่งเสริมและเป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นวิธีการคิด การทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา และสามารถถ่ายทอดความรู้คิดของตนให้คนอื่นเข้าใจได้ หนึ่งในปัญหาหลักคือการ ขาดทักษะในการวิเคราะห์และตีความ โจทย์ปัญหา นักเรียนจำนวนมากสามารถทำโจทย์แบบฝึกหัดในลักษณะที่ซ้ำเติมได้ แต่เมื่อเปลี่ยนรูปแบบหรือบริบทของโจทย์ จะไม่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากไม่ได้เข้าใจแนวคิดเชิงลึกของเนื้อหา (Preecha, 2022) นอกจากนี้ ยังมีปัญหาในการ ตั้งสมมติฐานและให้เหตุผลเชิงตรรกะ นักเรียนมักตอบโดยขาดการอธิบายกระบวนการคิด ซึ่งสะท้อนถึงการขาดทักษะด้านการคิดอย่างเป็นระบบ (Anan, 2019) การคิดเชิงคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญดังที่ Stacey (2007, quoted in Samart, 2012) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายที่สำคัญทางการศึกษา เป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อวิธีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ Jackson, et al. (1994, p. 1) ได้ให้ความคิดเห็นว่า มนุษย์ใช้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันอยู่ตลอดเวลา หากสนใจศึกษาปัญหาอย่างมีความหมาย มีความสนุกกับปัญหาและการแก้ปัญหา มีความกระตือรือร้น และพยายามที่จะศึกษารูปแบบโดยใช้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ตามหลักตรรกศาสตร์ได้ดี จะช่วยให้มนุษย์อยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข นอกจากนี้วิธีการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ ที่สนับสนุนให้เกิด ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และทักษะการนำเสนอตัวแทนความคิดของกระบวนการแก้ปัญหา สามารถตรวจสอบความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อให้ได้ข้อมูลนำมาวิเคราะห์เพื่อนำตนเองไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างยั่งยืน (Nabamrung, 2007, p. 20; Cai, 2003, pp. 719-737) และเหตุผลอีกประการหนึ่ง คือ การคิดเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสำคัญที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ทำให้มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี สอดคล้องกับงานวิจัยของ Sahat, et al. (2015, pp. 104-112) ที่ได้ศึกษา การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามบริบทเพื่อเพิ่มความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในลำดับที่สูงขึ้นสำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์และกำหนดจุดมุ่งหมายของบทเรียนความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในลำดับที่สูงขึ้นและเพื่อทดลองใช้รูปแบบการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นกับนักเรียนชั้นเกรด 7 จากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นของรัฐและเอกชนในเมืองเมดานและเดลีเซอร์ดิง ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดลำดับสูงของนักเรียนโดยเฉพาะอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างมาก และ Anan (2019, pp. 201-211) ได้ศึกษา การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ ผลการวิจัยปรากฏว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นลวงความคิด ขั้นสนับสนุนความคิด และการขยายความคิด ทั้งสามขั้นตอนมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน คือ 1) ขั้นลวงความคิดและขั้นสนับสนุนความคิดมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ผู้สอนใช้การซักถามผู้เรียนเพื่อให้อธิบายวิธีการแก้ปัญหของตนเองและสนับสนุนให้อธิบายแนวคิดของตนเอง 2) ขั้นลวงความคิดและขั้นขยายความคิดมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ผู้สอนสอบถามนักเรียนทั่วห้อง เพื่อเพิ่มทางเลือกในการแก้ปัญหา และขยายความคิดโดยใช้คำถามที่ท้าทายอย่างต่อเนื่อง 3) ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิดมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ผู้สอนอธิบายความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนให้ผู้เรียนและเน้นย้ำประเด็นที่สำคัญ และ 4) ขั้นลวงความคิด ขั้นสนับสนุนความคิด และขั้นขยายความคิดมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ผู้สอนมีการใช้คำถามที่ท้าทายกระตุ้นการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง สนับสนุนให้ผู้เรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเอง ประเมินการคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง ส่งเสริมให้ผู้เรียนรักความท้าทาย ได้เรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย ซึ่งนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยดังกล่าวมาข้างต้น เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 สามารถนำตนเองไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เกิดทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และทักษะการนำเสนอตัวแทนความคิดของ

กระบวนการแก้ปัญหาของตนเองไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างยั่งยืน ดังนั้นผู้เรียนควรได้รับการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบวิธีการที่เหมาะสม เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย และสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

ซึ่งจากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า Boonpattanaporn (2016, p. 19) ได้ศึกษาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ 5 ตัวบ่งชี้ คือ องค์ประกอบที่ 1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่ 2 การดำเนินการทางการคิด ตัวบ่งชี้ที่ 2.1 การแก้ปัญหามathematics ตัวบ่งชี้ที่ 2.2 การให้เหตุผล ตัวบ่งชี้ที่ 2.3 การนำเสนอตัวแทนความคิด องค์ประกอบที่ 3 อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ ตัวบ่งชี้ที่ 3.1 ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ตัวบ่งชี้ที่ 3.2 ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และตัวบ่งชี้ที่ 3.2 การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ และงานวิจัยของ Anan (2019, p. 25) ซึ่งพบว่า องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ 1 การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ 2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ 3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และ 5. การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในขณะที่ Preecha (2022, pp. 63-74) ได้ศึกษาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ 6 ตัวบ่งชี้ คือ องค์ประกอบที่ 1 การคิดแบบองค์รวม ตัวบ่งชี้ที่ 1.1 สามารถวิเคราะห์และอธิบายสาเหตุของปัญหา ตัวบ่งชี้ที่ 1.2 สามารถระบุปัญหาที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจน องค์ประกอบที่ 2 การคิดแบบวัฏจักรเชื่อมโยง ตัวบ่งชี้ที่ 2.1 สามารถระบุความสัมพันธ์ของสาเหตุของปัญหา ตัวบ่งชี้ที่ 2.2 เขียนความสัมพันธ์ของปัญหาโดยใช้รูปสัญลักษณ์ในการสื่อสาร องค์ประกอบที่ 3 การคิดแก้ปัญหาอย่าง ตัวบ่งชี้ที่ 3.1 สามารถอธิบายรูปแบบและสัญลักษณ์ และตัวบ่งชี้ที่ 3.2 สร้างสรรค์ สามารถนำเสนอแนวทางการแก้ไขปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และ Heleni & Zulkarnain (2018, pp. 33-41) ได้ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมทั้งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหามathematics เพื่อให้เกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งงานวิจัยที่ได้กล่าวมามีความแตกต่างกันตามขอบเขตที่นักวิจัยได้ศึกษา ผู้วิจัยจึงได้นำมาเป็นแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนาองค์ประกอบและ ตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายของผู้วิจัยเอง ให้มีความครอบคลุมในเนื้อหา มีเหมาะสมและสอดคล้องกับสถานการณ์ที่ผู้วิจัยจะดำเนินการวิจัยโดยใช้วิธีการวิจัยแบบผสมผสานในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายให้มีประสิทธิภาพขึ้นในอนาคตต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย
2. เพื่อประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย คือ ผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความเชี่ยวชาญด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน โดยเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

เครื่องมือในการวิจัย ประกอบด้วย 1. แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับองค์ประกอบและตัวชี้วัดของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเป็นแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง (Semi-structured Interview) ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้สัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อรวบรวมความคิดเห็นเชิงลึกเกี่ยวกับแนวคิด องค์ประกอบ และตัวชี้วัดที่ควรใช้ในการประเมินการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2. แบบประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวชี้วัดของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเป็นแบบสอบถามสำหรับผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อใช้พิจารณาความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวชี้วัดของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยได้ออกแบบจากการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงทฤษฎีและผลการสัมภาษณ์

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นที่ 1 ศึกษาหลักการแนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ขั้นที่ 2 สัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความเชี่ยวชาญด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน ขั้นที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content Analysis) จากการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ และถอดความและวิเคราะห์เพื่อสกัดองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยทำการ Coding ข้อความที่พูดถึงองค์ประกอบต่างๆ และจัดหมวดหมู่รหัสเหล่านี้เป็นกลุ่มองค์ประกอบหลัก พร้อมทั้งสังเคราะห์และสรุปองค์ประกอบและตัวชี้วัดที่เหมาะสมจากคำพูดของผู้ทรงคุณวุฒิ ขั้นที่ 4 พัฒนางค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ขั้นที่ 5 ประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายโดยผู้ทรงคุณวุฒิอีกกลุ่มหนึ่งจำนวน 5 ท่าน และขั้นที่ 6 นำองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีความเหมาะสมมาใช้ในการร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ด้วยการนำตนเองร่วมกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โครงงานเป็นฐานเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content Analysis) และวิเคราะห์ความเหมาะสมด้วยค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

สรุปผลการวิจัย

1. การพัฒนางค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยการศึกษาและสังเคราะห์หลักการ แนวคิดและทฤษฎี จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) ประกอบด้วย 7 องค์ประกอบหลัก 19 องค์ประกอบย่อย 19 ตัวบ่งชี้ ซึ่งมีรายละเอียดตามตารางที่ 1

ตารางที่ 1 องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (ฉบับร่าง)

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์	1.1 ทำความเข้าใจปัญหา	นักเรียนพิจารณาสถานการณ์โจทย์ปัญหา แล้วสามารถอธิบายรายละเอียดความต้องการของโจทย์ปัญหานั้นได้
	1.2 วางแผนแก้ปัญหา	นักเรียนวางแผนแก้โจทย์ปัญหา สามารถประยุกต์และดัดแปลงการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมในการแก้โจทย์ปัญหา
	1.3 ดำเนินการแก้ปัญหา	นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ โดยแสดงกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาที่มีวิธีการและคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม
	1.4 ตรวจสอบความถูกต้อง	นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
2 การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์	2.1 ให้เหตุผล	นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล
	2.2 สร้างและตรวจสอบ	นักเรียนสามารถสร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์ได้โดยใช้ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์
3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์	3.1 สร้างและรวบรวมแนวคิดผ่านการสื่อสาร	นักเรียนสามารถสร้างและแสดงแนวคิดผ่านการสื่อสารในรูปภาพและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
	3.2 สื่อสารแนวคิด	นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองไปยังคนรอบข้างได้ในรูปภาพและสัญลักษณ์ทาง

ตารางที่ 1 (ต่อ)

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
		คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
	3.3 วิเคราะห์และประเมินค่าแนวคิด	นักเรียนสามารถสรุปผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นหลังจากการสื่อสารแนวคิด
4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์	4.1 เชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์	นักเรียนแสดงการใช้ความรู้ทางสาระคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันมาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา
	4.2 เชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ	การที่นักเรียนแสดงการใช้ความรู้ทางสาระคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ที่สอดคล้องกันมาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา
5. การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์	5.1 สร้างการนำเสนอตัวแทนความคิด	นักเรียนสามารถสร้างตัวแทนความคิดมาพัฒนาความรู้ และนำเสนอตัวแทนที่สร้างขึ้น
	5.2 ใช้ตัวแทนความคิด	นักเรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
	5.3 นำเสนอตัวแทนความคิด	นักเรียนสามารถนำเสนอกระบวนการคิดเพื่ออธิบายการแก้ปัญหาผ่านตัวแทนความคิด
6. ดานความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	6.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์	นักเรียนสามารถ ระบุ เนื้อหา นำเสนอข้อเท็จจริง ทฤษฎี กฎ โครงสร้าง ทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา
	6.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	นักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดของ เรื่อง เนื้อหา ทางคณิตศาสตร์ ที่เลือกมาใช้

ตารางที่ 1 (ต่อ)

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
		ดำเนินการให้สอดคล้องกับการแก้ปัญหา
7. อัจฉริยะทางคณิตศาสตร์	7.1 ความมุ่งมั่น	นักเรียนแสดงออกถึงความตั้งใจในการทำงานให้สำเร็จ
	7.2 ความยืดหยุ่น	นักเรียนแสดงออกถึงการปรับเปลี่ยน เปลี่ยนแปลงวิธีให้สอดคล้องกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนดเพื่อให้งานสำเร็จ
	7.3 เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์	นักเรียนมองเห็นถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ สามารถทำให้แก้ปัญหาและนำไปสู่การประสบความสำเร็จได้

2. จากการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความเชี่ยวชาญด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน แล้ววิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content Analysis) จัดกลุ่ม หมวดหมู่ องค์ประกอบ ตัวบ่งชี้ที่คล้ายกันไว้รวมกัน พบว่า องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ประกอบด้วย 7 องค์ประกอบหลัก 14 องค์ประกอบย่อย 14 ตัวบ่งชี้ ซึ่งมีรายละเอียดตามตารางที่ 2

ตารางที่ 2 องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์	1.1 ทำความเข้าใจปัญหา	นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ โจทย์ปัญหา แล้วสามารถระบุสิ่งที่ โจทย์กำหนดให้ ระบุสิ่งที่โจทย์ ต้องการหา ระบุความรู้ที่นำมาใช้ แก้ปัญหา และระบุสิ่งที่โจทย์ กำหนดแต่ไม่ได้นำมาใช้ในการ แก้ปัญหาได้
	1.2 วางแผนแก้ปัญหา	ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้หรือข้อมูลที่ ได้เพื่อกำหนดแนวทางหรือ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ตารางที่ 2 (ต่อ)

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
		ยุทธวิธีที่หลากหลาย และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
	1.3 ดำเนินการแก้ปัญหา	ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนหรือยุทธวิธีที่วางไว้ หรือปรับเปลี่ยนแผนหรือยุทธวิธีที่วางไว้ เมื่อพบว่าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไม่สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ
	1.4 ตรวจสอบความถูกต้อง	ผู้เรียนตระหนักถึงความเป็นไปได้หรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสามารถระบุว่ามีคำตอบหรือยุทธวิธีแก้ปัญห่อื่นอีกหรือไม่
2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์	2.1 ให้เหตุผล	ผู้เรียนสามารถอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหา และบอกเหตุผลได้
	2.2 สร้างและตรวจสอบ	ผู้เรียนสามารถสร้างและตรวจสอบ ข้อคาดการณ์ได้โดยใช้ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์
3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์	3.1 สร้างและรวบรวมแนวคิดผ่านการสื่อสาร	ผู้เรียนสามารถสร้างและแสดงแนวคิดหรือยุทธวิธีผ่านการสื่อสารในรูปภาพเขียนและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
	3.2 วิเคราะห์และประเมินค่าแนวคิด	ผู้เรียนเปรียบเทียบแนวคิดหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และระบุเกณฑ์ในการเลือกแนวคิดหรือยุทธวิธีที่นำมาใช้แก้ปัญหา

ตารางที่ 2 (ต่อ)

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
4. การเชื่อมโยงสาระหลัก เชิงคณิตศาสตร์	4.1 เชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์กับ สาระคณิตศาสตร์	ผู้เรียนแสดงการใช้ความรู้ทาง สาระคณิตศาสตร์กับสาระ คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันมาเป็น เครื่องมือในการแก้ปัญหา
	4.2 เชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์กับ ศาสตร์อื่นๆ	ผู้เรียนแสดงการใช้ความรู้ทาง สาระคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ที่สอดคล้องกันมาเป็นเครื่องมือใน การแก้ปัญหา
5. การนำเสนอตัวแทนความ คิดเชิงคณิตศาสตร์	สร้างตัวแทนความคิด	ผู้เรียนสามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ อย่างเหมาะสม
6. ด้านความรู้และมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ความรู้และมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์	ผู้เรียนสามารถ ระบุเนื้อหา ข้อเท็จจริง ทฤษฎี กฎ หรือมโน ทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการ แก้ปัญหา
7. อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์	7.1 ความมุ่งมั่น	ผู้เรียนลงมือหรือแสดงการ แก้ปัญหาจนสำเร็จ
	7.2 ความยืดหยุ่น	ผู้เรียนแสดงออกถึงการ ปรับเปลี่ยน ยุทธวิธีในการ แก้ปัญหาจนการแก้ปัญหาสำเร็จ

3. การประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยให้ผู้ทรงคุณวุฒิที่เชี่ยวชาญด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หรือด้านการจัดการเรียนรู้
ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน ประเมินความเหมาะสมของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผลการ
ประเมินความเหมาะสมของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา
ตอนปลาย ปรากฏผลดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ผลการประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับ
นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
องค์ประกอบหลักที่ 1 การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์			
1.1 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนพิจารณาสถานการณ์โจทย์ปัญหา แล้วสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ระบุความรู้ที่นำมาใช้แก้ปัญหา และระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดแต่ไม่ได้นำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้	3.60	0.55	เหมาะสมอย่างยิ่ง
1.2 วางแผนแก้ปัญหา ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้หรือข้อมูลที่ได้เพื่อกำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ระบุยุทธวิธีที่หลากหลาย และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง
1.3 ดำเนินการแก้ปัญหา ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนหรือยุทธวิธีที่วางไว้ หรือปรับเปลี่ยนแผนหรือยุทธวิธีที่วางไว้ เมื่อพบว่าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไม่สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ	3.80	0.45	เหมาะสมอย่างยิ่ง
1.4 ตรวจสอบความถูกต้อง ผู้เรียนตระหนักถึงความเป็นไปได้หรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสามารถระบุว่าไม่มีคำตอบหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่	3.80	0.45	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวม	3.80	0.36	เหมาะสมอย่างยิ่ง
องค์ประกอบหลักที่ 2 การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์			
2.1 ให้เหตุผล ผู้เรียนสามารถอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหา และบอกเหตุผลได้	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง
2.2 สร้างและตรวจสอบ ผู้เรียนสามารถสร้างและตรวจสอบ ข้อคาดการณ์ได้โดยใช้ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวม	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง

ตารางที่ 3 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
องค์ประกอบหลักที่ 3 การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์			
3.1 สร้างและรวบรวมแนวคิดผ่านการสื่อสาร ผู้เรียนสามารถสร้างและแสดงแนวคิดหรือยุทธวิธีผ่านการสื่อสารในรูปภาพเขียนและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม	3.60	0.55	เหมาะสมอย่างยิ่ง
3.2 วิเคราะห์และประเมินค่าแนวคิด ผู้เรียนเปรียบเทียบแนวคิดหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และระบุเกณฑ์ในการเลือกแนวคิดหรือยุทธวิธีที่นำมาใช้แก้ปัญหา	3.60	0.89	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวม	3.60	0.72	เหมาะสมอย่างยิ่ง
องค์ประกอบหลักที่ 4 การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์			
4.1 เชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์ ผู้เรียนแสดงการใช้ความรู้ทางสาระคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันมาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง
4.2 เชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ผู้เรียนแสดงการใช้ความรู้ทางสาระคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ที่สอดคล้องกันมาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวม	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง
องค์ประกอบหลักที่ 5 การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์			
สร้างตัวแทนความคิดผู้เรียนสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม	3.40	0.89	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวม	3.40	0.89	เหมาะสมอย่างยิ่ง
องค์ประกอบหลักที่ 6 ด้านความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์			
ความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผู้เรียนสามารถ ระบุเนื้อหา ข้อเท็จจริง ทฤษฎี กฎ หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวม	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง

ตารางที่ 3 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
องค์ประกอบหลักที่ 7 อัจฉลยทางคณิตศาสตร์			
7.1 ความมุ่งมั่น ผู้เรียนลงมือหรือแสดงการแก้ปัญหาจนสำเร็จ	4.00	0.00	เหมาะสมอย่างยิ่ง
7.2 ความยืดหยุ่น ผู้เรียนแสดงออกถึงการปรับเปลี่ยน ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาจนการแก้ปัญหาสำเร็จ	3.80	0.45	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวม	3.90	0.22	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวมทั้งหมด	3.83	0.45	เหมาะสมอย่างยิ่ง

จากตารางที่ 3 พบว่า องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในภาพรวมมีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 3.83$, S.D. = 0.45) และเมื่อพิจารณาตามองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายภาพรวมในแต่ละองค์ประกอบ พบว่า องค์ประกอบหลักที่ 1 การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 3.80$, S.D. = 0.36) องค์ประกอบหลักที่ 2 การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 4.00$, S.D. = 0.00) องค์ประกอบหลักที่ 3 การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 3.60$, S.D. = 0.72) องค์ประกอบหลักที่ 4 การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 4.00$, S.D. = 0.00) องค์ประกอบหลักที่ 5 การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 3.40$, S.D. = 0.89) องค์ประกอบหลักที่ 6 ด้านความรู้และโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 4.0$, S.D. = 0.00) องค์ประกอบหลักที่ 7 อัจฉลยทางคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 3.90$, S.D. = 0.22)

อภิปรายผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่องการพัฒนาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายนี้ ผู้วิจัยได้อภิปรายผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์การวิจัยได้ดังนี้

1. การพัฒนาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 องค์ประกอบหลัก 14 องค์ประกอบย่อย 14 ตัวบ่งชี้ ดังนี้ องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 1.1 ทำความเข้าใจปัญหา ตัวบ่งชี้ที่ 1.1 ผู้เรียนพิจารณาสถานการณ์โจทย์ปัญหา แล้วสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ระบุความรู้ที่นำมาใช้แก้ปัญหา และระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดแต่ไม่ได้นำมาใช้

ในการแก้ปัญหาได้ องค์ประกอบย่อยที่ 1.2 วางแผนแก้ปัญหา ตัวบ่งชี้ที่ 1.2 ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้หรือข้อมูลที่ ได้เพื่อกำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ระบุยุทธวิธีที่หลากหลาย และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมใน การแก้ปัญหา องค์ประกอบย่อยที่ 1.3 ดำเนินการแก้ปัญหา ตัวบ่งชี้ที่ 1.3 ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในการแก้โจทย์ ปัญหาตามแผนหรือยุทธวิธีที่วางไว้ หรือปรับเปลี่ยนแผนหรือยุทธวิธีที่วางไว้ เมื่อพบว่าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไม่ สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ องค์ประกอบย่อยที่ 1.4 ตรวจสอบความถูกต้อง ตัวบ่งชี้ที่ 1.4 ผู้เรียนตระหนักถึง ความเป็นไปได้หรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสามารถระบุว่ามีคำตอบหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นอีก หรือไม่ องค์ประกอบที่ 2 การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 2.1 ให้เหตุผล ตัวบ่งชี้ที่ 2.1 ผู้เรียน สามารถอธิบายแนวคิดของการแก้ปัญหา และบอกเหตุผลได้ องค์ประกอบย่อยที่ 2.2 สร้างและตรวจสอบ ตัวบ่งชี้ที่ 2.2 ผู้เรียนสามารถสร้างและตรวจสอบ ข้อคาดการณ์ได้โดยใช้ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 3.1 สร้างและรวบรวมแนวคิดผ่าน การสื่อสาร ตัวบ่งชี้ที่ 3.1 ผู้เรียนสามารถสร้างและแสดงแนวคิดหรือยุทธวิธีผ่านการสื่อสารในรูปภาษาเขียนและ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม องค์ประกอบย่อยที่ 3.2 วิเคราะห์และประเมินค่า แนวคิด ตัวบ่งชี้ที่ 3.2 ผู้เรียนเปรียบเทียบแนวคิดหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และระบุเกณฑ์ในการเลือกแนวคิด หรือยุทธวิธีที่นำมาใช้แก้ปัญหาลงองค์ประกอบที่ 4 การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 4.1 เชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์กับสาระคณิตศาสตร์ ตัวบ่งชี้ที่ 4.1 ผู้เรียนแสดงการใช้ความรู้ทางสาระคณิตศาสตร์ กับสาระคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันมาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาลงองค์ประกอบย่อยที่ 4.2 เชื่อมโยงสาระ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ตัวบ่งชี้ที่ 4.2 ผู้เรียนแสดงการใช้ความรู้ทางสาระคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ที่ สอดคล้องกันมาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา องค์ประกอบที่ 5 การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 5 สร้างตัวแทนความคิด ตัวบ่งชี้ที่ 5 ผู้เรียนสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดที่ใช้ในการ แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม องค์ประกอบที่ 6 ด้านความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 6 ความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตัวบ่งชี้ที่ 6 ผู้เรียนสามารถ ระบุเนื้อหา ข้อเท็จจริง ทฤษฎี กฎ หรือมโน ทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงองค์ประกอบที่ 7 อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบย่อยที่ 7.1 ความมุ่งมั่น ตัวบ่งชี้ที่ 7.1 ผู้เรียนลงมือหรือแสดงการแก้ปัญหาลงสำเร็จ องค์ประกอบย่อยที่ 7.2 ความยืดหยุ่น ตัวบ่งชี้ที่ 7.2 ผู้เรียนแสดงออกถึงการปรับเปลี่ยน ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาลงสำเร็จ ทั้งนี้จาก การศึกษาหลักการ แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จากเอกสารตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง รวมถึงผู้ทรงคุณวุฒิที่ เชี่ยวชาญด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ มีแนวคิดที่สอดคล้องกันว่า องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ควรมี 7 องค์ประกอบหลัก 14 องค์ประกอบย่อย 14 ตัวชี้วัด เพราะจากเดิมมีองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ ที่คล้ายคลึงกัน จึงจัดรวมหมวดหมู่ได้ใหม่ ซึ่งเป็นตัวแปรที่มีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอน ปลายจำเป็นต้องมี เพื่อที่นักเรียนจะได้เกิดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิด ทฤษฎี และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Boonpattanaporn (2016) พบว่า องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิง

คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ 5 ตัวบ่งชี้ คือ องค์ประกอบที่ 1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่ 2 การดำเนินการทางการคิด ตัวบ่งชี้ที่ 2.1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวบ่งชี้ที่ 2.2 การให้เหตุผล ตัวบ่งชี้ที่ 2.3 การนำเสนอตัวทนความคิด องค์ประกอบที่ 3 อัจฉริยภาพทางคณิตศาสตร์ ตัวบ่งชี้ที่ 3.2 ความมุ่งมั่นในการทำคณิตศาสตร์ ตัวบ่งชี้ที่ 3.1 ความยืดหยุ่นในการทำคณิตศาสตร์ และตัวบ่งชี้ที่ 3.2 การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Anan (2019) ซึ่งพบว่า องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ 1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ 2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ 3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และ 5. การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในขณะที่ผลการวิจัยของ Preecha (2022) พบว่า องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ 6 ตัวบ่งชี้ คือ องค์ประกอบที่ 1 การคิดแบบองค์รวม ตัวบ่งชี้ที่ 1.1 สามารถวิเคราะห์และอธิบายสาเหตุของปัญหา ตัวบ่งชี้ที่ 1.2 สามารถระบุปัญหาที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจน องค์ประกอบที่ 2 การคิดแบบวัฏจักรเชื่อมโยง ตัวบ่งชี้ที่ 2.1 สามารถระบุความสัมพันธ์ของสาเหตุของปัญหา ตัวบ่งชี้ที่ 2.2 เขียนความสัมพันธ์ของปัญหาโดยใช้รูปสัญลักษณ์ในการสื่อสาร องค์ประกอบที่ 3 การคิดแก้ปัญหาอย่าง ตัวบ่งชี้ที่ 3.1 สามารถอธิบายรูปแบบและสัญลักษณ์ และตัวบ่งชี้ที่ 3.2 สร้างสรรค์ สามารถนำเสนอแนวทางการแก้ไขปัญหาอย่างสร้างสรรค์ นอกจากนี้ Heleni & Zulkarnain (2018) ได้ศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมทั้งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้เข้าใจคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

2. การประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า องค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีความเหมาะสมอยู่ในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{X} = 3.83$, S.D. = 0.45) ทั้งนี้ เพราะองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้มาจากการศึกษาและสังเคราะห์หลักการ แนวคิดและทฤษฎีจากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องประกอบกับสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ ทำให้ผลการประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ซึ่งสามารถยืนยันแนวคิดที่ผู้วิจัยศึกษาและพัฒนาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Boonpattanaporn (2016) พบว่า ผลการยืนยันองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก สอดคล้องกับงานวิจัยของ Preecha (2022) มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. ผลการวิจัยนี้สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาเครื่องมือวัดและประเมินทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. ครูผู้สอนควรนำองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ที่ได้รับการพัฒนานี้ไปใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และการประเมินผล เพื่อส่งเสริมการคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างเป็นระบบ

3. หน่วยงานที่รับผิดชอบด้านการศึกษา เช่น สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) ควรพิจารณานำผลการวิจัยนี้ไปใช้ประกอบการพัฒนาหลักสูตรและแนวทางการประเมินผลทางการศึกษาด้านคณิตศาสตร์

4. นักพัฒนาหลักสูตรและนักวิจัยสามารถใช้ผลการวิจัยเป็นข้อมูลพื้นฐานในการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความสามารถคิดเชิงคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบและยั่งยืน
ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการวิจัยเพื่อพัฒนาเครื่องมือวัดหรือแบบประเมินทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อถือได้และเที่ยงตรงในระดับมาตรฐานสากล

2. ควรขยายขอบเขตการวิจัยไปยังกลุ่มนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆ เช่น ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หรือระดับอุดมศึกษา เพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละช่วงวัย

3. ควรศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นตามองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ที่ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและพฤติกรรมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจริง

References

- Anan, P. (2019). The development of mathematical thinking of Mathayomsuksa 3 students through instructional processes to promote mathematical thinking. *Journal of Faculty of Education, Mahasarakham University*, 25(1), 161-172. [In Thai]
- Boonpattanaporn, S. (2016). Curriculum development to promote mathematical thinking for Mathayomsuksa 4 students. Doctoral dissertation, Srinakharinwirot University. [In Thai]
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem Posing: an exploratory study. *International journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.
- Heleni, S., & Zulkarnain, Z. (2018). The Influence of Mathematical Thinking Ability with Modified Moore Method on Learning Outcomes of Basic Mathematic II Chemical Education Students. *Journal of Educational Sciences*, 2(2), 33-41.
- Jackson, A. L., & Macmillan. (1994). *Mathematics in Action* Macmillan. NY: McGraw-Hill School Publishing.
- Joyce, B. R., Weil, M., & Calhoun, E. (2009). *Models of teaching*. (7 th ed.). Boston: Pearson/Allyn and Bacon.

- Makhanong, A. (2015). **Mathematics for secondary school teachers**. (9 th ed.). Bangkok: Chulalongkorn University. [In Thai]
- Nabamrung, R. (2007). **The natural path of mathematical thinking about multiplication and division in children aged 7-10 years**. Doctoral dissertation, Srinakharinwirot University. [In Thai]
- National Institute of Educational Testing Service (Public Organization). (2019). **The report of national basic educational test (O-NET)**. [Online]. Available: <https://www.niets.or.th/th/catalog/view/214> [2024, April 2]. [In Thai]
- OECD. (2018). **PISA 2018 results**. [Online]. Available: <https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm> [2021, April 2].
- Office of the Basic Education Commission. (2017). **Indicators and core content of mathematics learning area (Revised Edition B.E. 2560) based on the Basic Education Core Curriculum B.E. 2551**. Bangkok: Cooperative League of Thailand. [In Thai]
- Preecha, C. (2022). The development of a mathematical systems thinking test for upper secondary school students. **Journal of Educational Measurement**, *39*(106), 63-74. [In Thai]
- Sahat, S., & Elvis, N. (2015). **Developing Student-Centered Learning Model to Improve High Order Mathematical Thinking Ability**. [Online]. Available: https://pdfs.semanticscholar.org/3aa3/5fe7677b7e1f0eb2acdaed74f2e2d156e380.pdf?_ga=2.33799009.1391088758.1611385048-149464268.1611385048 [2021, April 2].
- Samart, P. (2012). **The development of mathematical thinking of Mathayomsuksa 2 students through the process of making mathematical thinking**. Master of Education Thesis in Mathematics Education, Chulalongkorn University. [In Thai]
- Stacey, K. (2007). **What is Mathematical Thinking and Why is it Important?**. [Online]. Available: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/progress_report/symposium/Kays_Stacey.pdf [2021, April 2].