

ประวัติของเส้นโค้งปกติ
History of the Normal Curve

ศุภวิทย์ ถาวรบุตร

Supavit Thavaraputta

อาจารย์ประจำภาควิชาประวัติศาสตร์

คณะศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

บทคัดย่อ

เส้นโค้งปรกติเป็นเครื่องมือทางสถิติที่เป็นที่รู้จักมากที่สุด บทความนี้ต้องการเสนอว่าพัฒนาการของเส้นโค้งปรกติบรรลุผลสำเร็จได้เพราะอาศัยแรงผลักดันทางคณิตศาสตร์ร่วมกับแรงผลักดันทางปฏิบัติ ในระยะต้น การศึกษาเหตุการณ์ภายใต้ความไม่แน่นอน อาทิเช่น เกมการพนันและการวัดค่าความคลาดเคลื่อน มีเป้าหมายเพื่อให้ได้คำตอบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งนำไปสู่แนวคิดทางความคิดที่ใช้การแจกแจงปรกติมาประมาณค่าของลักษณะสุ่มและความคลาดเคลื่อนอย่างใดก็ตาม ความรู้หน้าในการประยุกต์ใช้แนวคิดเรื่อง 'ความปรกติ' เข้ากับข้อมูลทางดาราศาสตร์และปรากฏการณ์ทางสังคม ถือเป็นการก้าวสำคัญที่ทำให้เส้นโค้งปรกติเป็นที่รู้จักมากยิ่งขึ้น ยิ่งไปกว่านั้น บทความแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนด้วยว่า เส้นโค้งปรกติพัฒนาขึ้นภายใต้อิทธิพลของการปฏิวัติวิทยาศาสตร์ควบคู่ไปกับการเติบโตของรัฐสมัยใหม่และสังคมอุตสาหกรรมในยุโรประหว่างศตวรรษที่ 18 -19

คำสำคัญ: เส้นโค้งปรกติ, การแจกแจงปรกติ, วิธีเชิงสถิติ, ประวัติศาสตร์ของสถิติ

Abstract

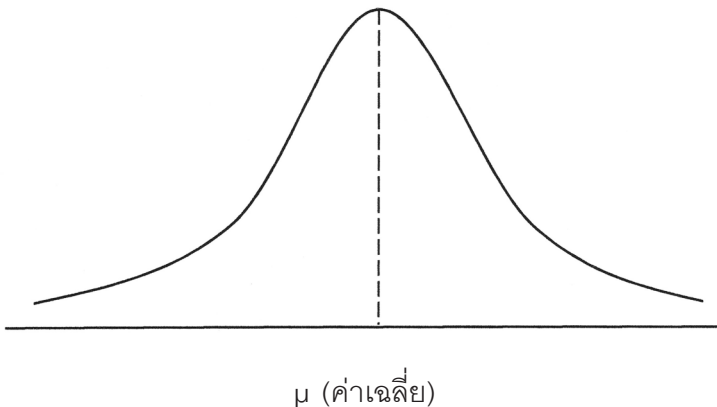
The normal curve is the most well-known statistical tool. This article suggests that the development of the normal curve was accomplished by mathematical impulse on the one hand and practical impulse on the other. At the beginning, it was the aim to find mathematical solution when dealing with events under uncertainty such as gambling and measurement of error which led to the notion that randomness and error could be approximated by the normal distribution. However, the achievement in applying the idea of 'normal' to astronomical data and social phenomena was the crucial step that made the normal curve much more recognized. Moreover, it can be clearly seen from the article that the normal curve had been developed under the influence of the Scientific Revolution along with the growth of modern states and industrial society in Europe during the 18th – 19th centuries.

Keywords: Normal curve, Normal distribution, Statistical method, History of Statistics

1. บทนำ

เครื่องมือทางสถิติซึ่งเป็นที่รู้จักอย่างกว้างขวางที่สุดชิ้นหนึ่งในแวดวงวิชาการคือเส้นโค้งปกติ (Normal curve) โดยทั่วไปเส้นโค้งปกติใช้เป็นตัวแบบ (Model) สำหรับอ้างอิงในการศึกษาข้อมูลเชิงตัวเลข (Numerical data) กรณีต่างๆ โดยไม่มีข้อแม้ว่าข้อมูลนั้นจะเป็นข้อมูลที่ได้จากการศึกษาธรรมชาติจากการทดลองหรือจากการสำรวจทางสังคม และใช้ได้ครอบคลุมทั้งข้อมูลจากการศึกษาสิ่งมีชีวิตและสิ่งไม่มีชีวิตเป็นเหตุให้มีการใช้งานเส้นโค้งปกติอย่างแพร่หลายทั้งในด้านวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ หรือแม้แต่มนุษยศาสตร์

ภาพที่ 1
เส้นโค้งปกติ



แฮนดิกกล่าวว่า “การแจกแจงแบบต่อเนื่องที่รู้จักกันดีที่สุดคงเป็นการแจกแจงแบบปกติ หรือ **แบบเกาส์ (Gaussian Distribution)** ซึ่งมักเรียกด้วยลักษณะของเส้นโค้งของการแจกแจงว่า ‘แบบระฆังคว่ำ’ ... จากรูปเส้นโค้งการแจกแจงแบบปกติค่าที่อยู่ตรงกลางมีโอกาสเกิดขึ้นมากกว่าค่าที่อยู่ปลายเส้นโค้ง การแจกแจงแบบปกติให้การประมาณที่ดีสำหรับการแจกแจงที่เกิดขึ้นโดยธรรมชาติ”¹ นี่จึงเป็นคำอธิบายสาเหตุที่เส้นโค้งปกติมีรูปร่างดังปรากฏในภาพที่ 1 เนื่องจากจุดสูงสุดของ ‘ระฆังคว่ำ’ คือค่าที่อยู่ตรงกลาง หรือค่าเฉลี่ย มีโอกาสเกิดสูงที่สุด ส่วนค่าอื่นๆ จะลดหลั่นลงไปยังปลายทั้งสองข้างของเส้นโค้ง

ในขั้นตอนการประยุกต์ใช้ ผู้ศึกษาหรือใช้งานตัวแบบเส้นโค้งปกติย่อมต้องมีพื้นฐานความรู้ว่าตนจะต้องสังเกตเก็บข้อมูลและจัดการข้อมูลอย่างไร ก่อนจะนำข้อมูลที่ได้นั้นมาผ่านการประมวลผลโดยเทียบเคียงกับเส้นโค้งปกติ ซึ่งถือเป็นหลักการพื้นฐานที่สุดในวิชาสถิติ เนื่องจาก “...วิชาสถิติก็เป็นการประยุกต์ใช้ความเข้าใจของเราว่าจะสกัดสารสนเทศ (Information) ออกจากข้อมูล (Data) ได้อย่างไร และเป็นการประยุกต์ใช้ความเข้าใจของเรากับสิ่งที่ไม่แน่นอน”² สรุปในเบื้องต้นได้ว่า เราสามารถนำรูปแบบการกระจายตัวของข้อมูลมาอ้างอิงกับเส้นโค้งปกติ โดยเฉพาะข้อมูลเชิงตัวเลขจำนวนมากและเต็มไปด้วยความไม่

¹ เดวิด เจ แฮนดิก, สถิติ: ความรู้ฉบับพกพา, แปลจาก *Statistics: A Very Short Introduction*, แปลโดย วิโรจน์ รุจิณากุล, (กรุงเทพฯ: โอเพ่นเวิลด์ส์, 2555), 107-108.

² เรื่องเดียวกัน, 18.

แน่นอน เป็นเครื่องมือช่วยสกัดสารสนเทศออกจากข้อมูลดิบเพื่อนำไปตีความและใช้ประโยชน์อ้างอิงได้ในขั้นตอนต่อไป ทั้งนี้ นักสถิติมีส่วนช่วยค้นคว้าในทางทฤษฎีและวางรากฐานขั้นตอนทางเทคนิคให้นำไปใช้งานได้สะดวก

จากขั้นตอนทางสถิติในย่อหน้าที่ผ่านมา จะเห็นถึงตรรกะการเปรียบเทียบที่ผู้ใช้งานมีความเชื่อมั่นว่ามี A ดำรงอยู่ก่อนแล้วไปสืบค้นจนได้ B หาก B มีความใกล้เคียงกับ A มากเท่าไร ก็จะยิ่งมั่นใจในความถูกต้องของ B มากยิ่งขึ้น คำถามที่น่าสนใจคือ การเชื่อมั่นว่ามีสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่ ‘เป็นปกติ’ ดังเช่นเส้นโค้งปกตินี้จะพิสูจน์ยืนยันอย่างไร หรือทราบได้อย่างไรว่า A เป็นสิ่งที่ถูกต้องและเชื่อได้ว่าเป็นรูปแบบที่แน่นอน ‘เป็นปกติ’ สามารถนำไปใช้เปรียบเทียบกับ B หรือสิ่งอื่นๆ ที่เกิดขึ้นภายหลัง เช่น ข้อมูลคะแนนสอบเข้ามหาวิทยาลัยของนักเรียนทั่วประเทศซึ่งเป็นกลุ่มประชากรขนาดใหญ่ ผลคะแนนหรือความถี่ของข้อมูลเกิดขึ้นอย่างสุ่มอาจมีผู้สนใจนำข้อมูลชุดนี้ไปเทียบกับเส้นโค้งปกติซึ่งเป็นที่คาดหมายว่านักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนปานกลางจะมีจำนวนหรือความถี่มากที่สุด ขณะที่กลุ่มซึ่งทำคะแนนได้สูงเป็นพิเศษกับที่ทำคะแนนได้ต่ำมากเป็นพิเศษจะมีจำนวนหรือความถี่ที่น้อยกว่า ในกรณีนี้เส้นโค้งปกติถูกใช้เป็นตัวแบบอ้างอิงในการรับรู้การกระจายของข้อมูล ซึ่งอาจเกิดคำถามในเชิงตรรกะว่าการนำข้อมูลที่เกิดขึ้นภายหลังไปเทียบเคียงกับลักษณะการกระจายข้อมูลที่เคยค้นพบมาก่อน มีความเชื่อมโยงอย่างไรและจะยืนยันความสัมพันธ์ระหว่างกันได้อย่างไร ที่สำคัญผู้ค้นพบเส้นโค้งปกติทราบได้อย่างไรว่าผลผลิตทางความคิดชิ้นนี้สามารถใช้เป็น

ตัวแทนของ ‘ความปกติ’ ได้

บทความนี้จึงต้องการอธิบายประวัติความเป็นมาของเส้นโค้งปกติโดยสังเขปและศึกษาด้านประวัติศาสตร์ความคิดไปพร้อมๆ โดยมุ่งไปที่คำถามว่า 1) ระบบคิดของนักคณิตศาสตร์ในยุโรปที่รู้จักนำตัวแบบทางทฤษฎีกับข้อมูลเชิงประจักษ์มาเทียบเคียงกันเพื่ออ้างอิงความถูกต้องมีต้นกำเนิดอย่างไร 2) บุคคลในประวัติศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการค้นพบและคิดค้นกระบวนการนี้มีเป้าหมายอะไรในเบื้องต้นหรือเผชิญกับปัญหาอะไร มีกระบวนการแก้ปัญหาอย่างไร กรอบความคิดที่อยู่เบื้องหลังคืออะไร ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาเกี่ยวข้องกับเส้นโค้งปกติได้อย่างไร และ 3) ร่องรอยทางความคิดอันใดที่นำไปสู่ความเชื่อมั่นว่าเส้นโค้งปกติเป็นตัวแทนที่ครอบคลุมไปถึงข้อมูลเชิงสถิติในกรณีอื่นๆ จนมีการใช้งานแพร่หลายอย่างที่พบเห็นในปัจจุบัน

เนื้อหาในบทความแบ่งเป็น 4 ส่วน ส่วนแรกคือบทนำ ซึ่งจะชี้ถึงที่มาของปัญหาและคำถามหลักในการศึกษาค้นคว้า ส่วนที่สองกล่าวถึงเส้นทางการค้นพบเส้นโค้งปกติอันเกิดจากแรงผลักดันสองส่วนได้แก่ แรงผลักดันทางคณิตศาสตร์กับแรงผลักดันทางปฏิบัติ ซึ่งทั้งสองกรณีช่วยยืนยันรูปแบบของเส้นโค้งปกติทั้งในทางทฤษฎีและทางปฏิบัติตามลำดับ ส่วนที่สามพยายามวิเคราะห์โลกทัศน์ที่เกี่ยวข้องในเชิงประวัติศาสตร์ โดยเฉพาะการใช้คณิตศาสตร์ประกอบในการศึกษาศาสตร์สมัยใหม่เพื่ออธิบายและค้นหาความสัมพันธ์ทางธรรมชาติผ่านข้อมูล อันเป็นผลจากความเปลี่ยนแปลงทางภูมิปัญญาในระดับมหภาคในยุโรปช่วงศตวรรษที่ 18 – 19 และส่วนสุดท้ายเป็นบทสรุป

2. เส้นทางการค้นพบ

เส้นทางการค้นพบเส้นโค้งปกติเป็นผลจากแรงผลักดันสองด้านที่แตกต่างกัน ด้านหนึ่งเป็นแรงผลักดันทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นโดยฝายนักทฤษฎีที่ต้องการค้นหาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่แน่นอนบางประการเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปในเชิงกฎแต่ผลลัพธ์ที่ได้กลับมีส่วนเกี่ยวข้องอย่างมากกับการกำหนดนิยามของเส้นโค้งปกติ ส่วนอีกด้านหนึ่งเป็นแรงผลักดันทางปฏิบัติ ซึ่งไม่ได้เริ่มต้นด้วยสมการหรือทฤษฎี หากแต่เริ่มมาจากการเก็บข้อมูลเชิงตัวเลขในช่วงศตวรรษที่ 18 – 19 จนเริ่มเห็นภาพการกระจายข้อมูลที่มีแบบแผน เนื้อหาส่วนนี้จะชี้ให้เห็นว่าแรงผลักดันทั้งสองกรณีไม่ได้มีวัตถุประสงค์เบื้องต้นที่จะหา ‘ความปกติ’ หากแต่ผลลัพธ์ที่ได้กลับนำไปสู่การสรุปเชิงอนุมานในระดับที่กว้างขวางขึ้น

2.1 แรงผลักดันทางคณิตศาสตร์

แม้รูปร่างลักษณะของเส้นโค้งปกติหรือแบบระฆังคว่ำจะเป็นภาพที่พบเห็นได้ทั่วไป แต่สมการที่เกี่ยวข้องกับเส้นโค้งปกติกลับไม่เป็นที่รู้จักนัก เส้นโค้งปกติมีสมการกำกับหรือมีสิ่ง que เรียกว่า ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function) คือ

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

โดยในสมการดังกล่าว คือ x ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่เป็นตัวแทนของประชากรซึ่งมีการแจกแจงปกติ และมีค่าพารามิเตอร์ (Parameter) คือ μ ซึ่งหมายถึงค่าเฉลี่ยของประชากรกับ σ^2 ซึ่งหมายถึงความแปรปรวนของประชากรโดยที่ e และ $\sqrt{2\pi}$ เป็นค่าคงที่ การมีสมการกำกับหมายความว่าเมื่อนำเส้นโค้งปกติไปใช้งานย่อมเป็นการใช้ทั้งเส้นกราฟและสมการไปพร้อมๆ กัน เนื้อหาในส่วนนี้จะลำดับความเพื่อแสดงว่า การคิดค้นสมการของเส้นโค้งปกติมีความเป็นมาอย่างไรและมีความเกี่ยวข้องกับบริบทของยุคสมัยอย่างไร

ดังที่ชี้ให้เห็นว่า เส้นโค้งปกติเป็นเครื่องมือทางสถิติที่เกี่ยวข้องกับความน่าจะเป็นและช่วยประเมินแนวโน้มการกระจายข้อมูล ซึ่งค่าที่อยู่ตรงกลางน่าจะเป็นเกิดขึ้นในสัดส่วนที่มากกว่าค่าที่อยู่ตรงปลาย (นักศึกษาที่ได้เกรด C น่าจะมีมากกว่าที่ได้เกรด A) ผลลัพธ์เหล่านี้มีลักษณะที่ไม่แน่นอน (ยังไม่ทราบว่าจะมีนักศึกษาได้เกรด C และ A อย่างละกี่คน) จึงเกิดศาสตร์ที่เรียกว่า ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability Theory) ที่พยายามกำหนดวัดค่าของผลลัพธ์ที่ไม่แน่นอนให้ออกมาเป็นตัวเลข เพื่อสามารถนำไปศึกษาคำนวณ วิเคราะห์ ตลอดจนคาดการณ์สิ่งที่จะเกิดขึ้น และด้วยเหตุนี้ ทฤษฎีความน่าจะเป็นจึงเป็นประตูที่นำไปสู่การรู้จักเส้นโค้งปกติ

กล่าวโดยสังเขป พัฒนาการของความน่าจะเป็นเริ่มเฟื่องฟูในศตวรรษที่ 17 โดยมีจุดกำเนิดจากเกมการพนัน (Gambling) ซึ่งดึงดูดให้นักคณิตศาสตร์สนใจและคิดค้นวิธีทำนายผลที่แม่นยำและมีโอกาสชนะ มักกล่าวกันว่าความน่าจะเป็นเริ่มก่อตัวเป็น

ทฤษฎีจากการแลกเปลี่ยนความคิดกันระหว่างปีแยร์ เดอ แฟร์มา (Pierre de Fermat ค.ศ. 1601-1665) กับเบลล์ ปาสกาล (Blaise Pascal ค.ศ. 1623-1662)

อย่างไรก็ตาม เมื่อสิ้นศตวรรษที่ 17 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการคำนวณเรื่องการพนันกลายเป็นสิ่งที่รู้จักกันอย่างแพร่หลาย มีการนำหลักการทางคณิตศาสตร์เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) และการจัดหมู่ (Combination) มาใช้เพื่อประเมินผลของ เกมต่างๆ ในเชิงตัวเลขเมื่อรู้เงื่อนไขของเกม แต่งานในยุคต้นเหล่านี้ ไม่ได้สานต่อไปถึงคำถามที่ว่าผลลัพธ์จะช่วยบ่งบอกเงื่อนไขของ เกมได้หรือไม่ และพื้นความรู้ที่ใช้ในขณะนั้นจะช่วยคำนวณวัดค่า ความไม่แน่นอนได้อย่างไร งานยุคต้นเพียงแต่ศึกษาในแง่ Priori แต่คำถามในแง่ Posteriori ซึ่งอาศัยการสังเกตผลของ เกมโดยเฉพาะยังไม่มี การหยิบยกขึ้นมาศึกษา³

มีความจำเป็นต้องขยายความเรื่องความแตกต่างระหว่าง Priori กับ Posteriori ดังนี้ การศึกษาความน่าจะเป็นในแง่ Priori หมายความว่า ผู้ศึกษาทราบเงื่อนไขที่มีมาก่อนจึงสามารถคำนวณ โอกาสได้ เช่น เงื่อนไขของเกมคือการโยนเหรียญ หากเหรียญ เทียงตรงจะถือว่าโอกาสออกหัวหรือก้อยมีเท่าๆ กัน ซึ่งกำหนด เป็นตัวเลข $\frac{1}{2}$ หรือการทอดลูกเต๋าซึ่งมีหกด้านแต่ละด้านมีแต้ม ตั้งแต่ 1 ถึง 6 หากลูกเต๋าทะียงตรงทำให้โอกาสออกแต้มแต่ละ

³ Stephen M. Stigler, *The history of statistics: The measurement of uncertainty before 1900*, (Cambridge, Mass.: Belknap Press of Harvard University Press, 1986), 63.

แต่มีเท่าๆ กัน จะสามารถกำหนดได้ว่าโอกาสออกแต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6 เท่ากันคือ $\frac{1}{6}$

แต่ในอีกหลายกรณีเป็นการศึกษาที่เราทราบผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นแต่ไม่ทราบเงื่อนไขที่มาก่อน เช่น การระบุว่าเป็นเพศทางธรรมชาติของมนุษย์มีเพียงสองเพศ คือ ชายและหญิง การตั้งครุฑ์ตามธรรมชาติมีผลลัพธ์ได้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งหากระบุเป็นตัวเลขว่าโอกาสเกิดทารกชายเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และโอกาสเกิดทารกหญิงเท่ากับ $\frac{1}{2}$ การจะยืนยันว่าธรรมชาติกำหนดความน่าจะเป็นไว้เช่นนั้นจะต้องอาศัยการศึกษาจากผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นแล้ว เช่นจะต้องการสำรวจจำนวนประชากรเพศชายและเพศหญิงว่ามีเท่าๆ กันจริงหรือไม่ อาจใช้การสำรวจจำนวนชายและหญิงในหนึ่งหมู่บ้านเพื่อยืนยันว่าอัตราการเกิดเป็น $\frac{1}{2}$ แต่ปัญหาที่จะตามมาคือต้องสำรวจจำนวนประชากรมากเท่าใดจึงจะเพียงพอให้ยืนยันได้ว่าอัตราการเกิดเพศชายและหญิงในธรรมชาติเป็น $\frac{1}{2}$ หากสำรวจประชากร 1 อำเภอเพียงพอหรือไม่ หรือต้องเพิ่มเป็น 1 จังหวัดเพื่อความแน่ใจหรือสำรวจทั่วประเทศจะเพียงพอให้สรุปหรือไม่ว่าธรรมชาติกำหนดความน่าจะเป็นไว้เช่นนั้น แล้วแต่ละประเทศมีเหตุให้อัตราการเกิดระหว่างเพศทั้งสองแตกต่างกันบ้างหรือไม่ วิธีการศึกษานี้เรียกว่า Posteriori เพราะอาศัยผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นแล้วย้อนกลับไปสู่เงื่อนไขความน่าจะเป็น

นักคณิตศาสตร์คนสำคัญที่สร้างความก้าวหน้าในเรื่องนี้และได้ผลิตผลที่นำไปสู่สมการของเส้นโค้งปกติ คือ อาบราฮัม เดอ มัวฟวร์ (Abraham de Moivre ค.ศ. 1667- 1754) เดอ มัวฟวร์เกิดที่ฝรั่งเศสและเป็นพวกฮูเกอโนต์ (Huguenot) นับถือนิกาย

โปรเตสแตนท์) หลังจากมีการประกาศโองการแห่งนองต์ส (Edict of Nantes) ไม่นาน เดอ มัวฟวร์ อพยพไปยังอังกฤษเพื่อลี้ภัยทางศาสนาและมีโอกาสได้ศึกษางานของนิวตันรวมทั้งเป็นครูสอนคณิตศาสตร์ ต่อมาเขาได้รับเลือกให้เป็นสมาชิกราชสมาคม (Royal Society) ในปี ค.ศ. 1697 แม้ว่าเดอ มัวฟวร์ จะต้องการตำแหน่งงานประจำในมหาวิทยาลัยแต่ก็ไม่เคยได้งานที่มั่นคงอย่างแท้จริง⁴ ผลงานที่สร้างชื่อให้กับ เดอ มัวฟวร์ คือ *Doctrine of Chances* (ค.ศ. 1718, 1738, 1756) *Annuities upon Lives* (ค.ศ. 1725) และ *Miscellanea Analytica de Seriebus et Quadraturis* (ค.ศ. 1730)⁵

แม้จะเป็นบุคคลร่วมสมัยกับเซอร์ ไอแซก นิวตัน (Sir Isaac Newton ค.ศ. 1643-1727) แต่พื้นที่มาจากฝรั่งเศสของ เดอ มัวฟวร์ ช่วยสะท้อนบริบททางประวัติศาสตร์ของยุโรปในช่วงศตวรรษที่ 17-18 ได้ชัดเจนกว่านิวตัน เพราะเดอ มัวฟวร์ ได้รับผลกระทบจากความขัดแย้งทางศาสนาที่ปกคลุมทวีปยุโรปและฝรั่งเศสถือเป็นส่วนหนึ่งในความขัดแย้งนี้เช่นกัน ขณะที่อังกฤษผ่านประสบการณ์เฉพาะตั้งแต่รัชสมัยของพระเจ้าเฮนรีที่ 8 (Henry VIII) เป็นต้นมา ทำให้ฝ่ายโปรเตสแตนท์ในอังกฤษมีความมั่นคงและอังกฤษมักจะเป็นตัวเลือกอันดับต้นๆ ของการลี้

⁴ Carl B. Boyer and Uta C. Merzbach, *A history of mathematics*, (2nd Edition), (New York: Wiley, 1989), 474.

⁵ Stephen M. Stigler, *The history of statistics: The measurement of uncertainty before 1900*, 71.

วิทยาศาสตร์เพราะมีบรรยากาศของเสรีภาพมากเมื่อเปรียบเทียบกับที่อื่นๆ นักคิดที่โด่งดังอย่างเช่น วอลแตร์ (Voltaire) ก็มีช่วงชีวิตที่ได้ไปอาศัยและสร้างงานเขียนเชิงวิพากษ์วิจารณ์ในอังกฤษเช่นเดียวกัน แต่ในกรณีของ เดอ มัวฟวร์ การลี้ภัยยังมีนัยสำคัญเพิ่มเติม เพราะเปิดโอกาสให้ เดอ มัวฟวร์ ได้ศึกษาคณิตศาสตร์ในอังกฤษช่วงปลายศตวรรษที่ 17 ซึ่งมีความก้าวหน้าอย่างมากภายใต้อิทธิพลของนิวตัน

ก่อนจะค้นพบผลลัพธ์ที่เกี่ยวข้องกับเส้นโค้งปกติ จุดเริ่มต้นของ เดอ มัวฟวร์ มาจากความสนใจทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง โดยใน ค.ศ. 1730 เขาได้ศึกษาพจน์ที่เกิดจากการกระจายทวินามแบบสมมาตร (Symmetric Binomial Expansion) ⁶ ได้แก่ $(1+1)^n$ เพื่อประมาณผลที่จะเกิดขึ้นหากเลขชี้กำลัง n มีขนาดใหญ่ เดอ มัวฟวร์นำเสนอผลการศึกษผ่านการแก้สมการสองกรณี กรณีแรกเป็นผลจากการหาอัตราส่วนระหว่างพจน์ที่มีค่าสูงสุดกับผลรวมของพจน์ทั้งหมด⁶ ซึ่งไล่เรียงได้ดังนี้

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

$$(1+1)^n = \binom{n}{0} 1^n 1^0 + \binom{n}{1} 1^{n-1} 1^1 + \binom{n}{2} 1^{n-2} 1^2 + \dots + \binom{n}{n} 1^{n-n} 1^n$$

$$(1+1)^n = 2^n$$

⁶ Ibid., 72.

นั่นคือ $(1+1)^n$ สามารถเขียนในรูปของการกระจายผลบวกตามทฤษฎีบททวินามได้ และกรณีที่เลขชี้กำลังเป็นเลขคู่จะเกิดพหุนามที่มีจำนวนพจน์เป็นเลขคี่ เช่น $n = 2$ เกิด 3 พจน์ $n = 6$ เกิด 7 พจน์ เมื่อจำนวนพจน์เป็นเลขคี่จะทำให้พหุนามที่ได้มีพจน์กลาง คือ $\binom{n}{n/2} 1^{\frac{n}{2}} 1^{\frac{n}{2}}$ ซึ่งโดยปกติแล้วพจน์กลางจะเป็นค่าที่สูงที่สุดในการกระจายผลบวกนั้นๆ จากจุดนี้ เดอ มัวฟวร์ จึงพยายามหาความสัมพันธ์ที่เป็นอัตราส่วนระหว่างพจน์กลางกับผลรวมของพจน์ทั้งหมด คือ 2^n และเดอ มัวฟวร์ ใช้วิธีประมาณค่าจนพบว่าอัตราส่วนนี้สัมพันธ์กับค่า n โดย

$$\frac{\binom{n}{n/2} 1^{\frac{n}{2}} 1^{\frac{n}{2}}}{2^n} \cong \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{nc}} \quad ; \quad c = 2\pi$$

ซึ่งหมายความว่า ผลการกระจายทวินามแบบสมมาตรไม่ว่าจะมีเลขชี้กำลังมากเท่าไร แต่ความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กลางหรือพจน์ที่มีค่าสูงสุดเมื่อเทียบกับผลรวมของพหุนาม จะมีรูปแบบแน่นอนและเป็นอัตราส่วนซึ่งขึ้นกับค่า n เสมอ ผลการศึกษานี้ถือเป็นความพยายามหากฎหรือความสัมพันธ์ที่แน่นอนบางประการซึ่งแฝงอยู่ในทฤษฎีบททวินาม

ลำดับถัดมา เดอ มัวฟวร์ ยังคงต้องการหาความสัมพันธ์ที่แน่นอนในทฤษฎีบททวินามอีกเช่นกัน แต่เปลี่ยนประเด็นไปสู่ความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กลางที่มีค่าสูงสุดซึ่งในที่นี้จะใช้สัญลักษณ์

ว่า M กับพจน์ที่ห่างจากพจน์กลางไประยะเท่ากับ d ซึ่งจะใช้ Q เป็นสัญลักษณ์⁷ โดยศึกษาว่าพจน์ทั้งสองมีรูปแบบความสัมพันธ์ที่แน่นอนอย่างไรหรือไม่ซึ่งเคอ มัวฟวร์ ได้แสดงผลลัพธ์ในกรณีที่สองไว้โดยสรุปดังนี้

$$\frac{Q}{M} = \frac{\binom{n}{m+d} 1^{m+d} 1^{n-m-d}}{\binom{n}{m} 1^m 1^{n-m}} \cong \frac{(m!)^2}{(m+d)! (m-d)!}$$

โดยที่ $m = \frac{n}{2}$ และสามารถพิสูจน์ต่อมาได้ว่า

$$\ln \frac{Q}{M} = -\frac{d^2}{m}$$

$$Q = M e^{-\frac{d^2}{m}} = M e^{-\frac{2d^2}{n}}$$

ดังนั้น ในการกระจาย $(1+1)^n$ ออกเป็นพหุนามตามทฤษฎีบททวินาม พจน์กลาง (M) กับ พจน์ที่ห่างจากพจน์กลางเป็นระยะ d (Q) จะมีความสัมพันธ์ที่แน่นอนตามสมการข้างต้น และเมื่อพิจารณาผลลัพธ์ดังกล่าวในกรอบทฤษฎีความน่าจะเป็น ทฤษฎีบททวินามย่อมสัมพันธ์กับการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ

⁷ Ibid., 73.

ทวินาม (Binomial Distribution) ทำให้กรณี $(1+1)^n$ สามารถเทียบเคียงได้กับการแจกแจงทวินามในกรณีที่โอกาสประสบผลสำเร็จและล้มเหลว (Success and Failure) เท่ากับ $\frac{1}{2}$ การดำเนินการในทางเลขคณิตจึงต้องหารสมการที่ได้มาล่าสุดด้วย 2^n ทั้งสองข้างของสมการ ผลลัพธ์ต่อมาที่ เดอ มัวฟว์ คำนวณได้ คือ

$$\frac{Q}{2^n} = \frac{Me^{\frac{2d^2}{n}}}{2^n}$$

$$P\left(X = \frac{n}{2} + d\right) \cong P\left(X = \frac{n}{2}\right) e^{-\frac{2d^2}{n}}$$

$$P\left(X = \frac{n}{2} + d\right) \cong \frac{2}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{2d^2}{n}}$$

ผลจากสมการนี้ สามารถนำไปประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบช่วงโดยสัมพันธ์กับขนาดตัวอย่าง n ได้ด้วยการหาปริพันธ์ (Integration) คือ

$$P\left\{\left|\frac{X}{n} - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{d}{n}\right\} \cong \int_{-d}^d \frac{2}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{2u^2}{n}} du$$

ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้มานี้สามารถอธิบายย้อนกลับไปยังเป้าหมายที่ เดอ มัวฟว์ กำหนดไว้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นแบบ Posteriori ได้ เพราะสมการนี้แสดงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์

ที่เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็น $\frac{1}{2}$ และสามารถประมาณการได้ว่าการสำรวจตัวอย่างขนาด n หรือทำการทดลอง n ครั้งเพียงพอให้สรุปได้หรือไม่ว่าข้อมูลตามที่สำรวจมานั้นเกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไขการแจกแจงแบบทวินาม ซึ่งเป็นการใช้ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการสำรวจหรือทดลองกลับไปยืนยันว่ามีกระบวนการธรรมชาติ (Natural process) ที่เป็นไปตามรูปแบบทฤษฎีความน่าจะเป็น

เดอ มัวฟวร์ เริ่มกล่าวถึงโจทย์นี้ในหนังสือ *Miscellanea Analytica* (ค.ศ. 1730) และแก้โจทย์ได้สำเร็จเมื่อพฤษภาคม ค.ศ. 1733 โดยปรากฏในเอกสารภาษาละตินที่ชื่อว่า *Approximatio ad summam terminorum binomii $(a+b)^n$ in seriem expansi* ซึ่งต่อมา เดอ มัวฟวร์แปลเอกสารนี้เป็นภาษาอังกฤษและพิมพ์รวมไว้ในหนังสือ *Doctrine of Chances* ของเขาในฉบับพิมพ์ครั้งที่ 2⁸ ทั้งนี้ *Doctrine of Chances* เป็นหนังสือที่สร้างชื่อเสียงอย่างมากให้กับ เดอ มัวฟวร์ หลังจากตีพิมพ์ครั้งแรกไปเมื่อปี ค.ศ. 1718 หากวัดตามมาตรฐานความรู้ทางสถิติในปัจจุบัน สิ่งที่ เดอ มัวฟวร์ ค้นพบและพิสูจน์ในเชิงคณิตศาสตร์นี้ก็คือเทคนิคที่เรียกกันว่า การประมาณค่าการแจกแจงทวินามด้วยการแจกแจงปกติ (Normal Approximation to the Binomial Distribution)

⁸ Prakash Gorroochurn, *Classic problems of probability*. (Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, 2012), 90.

นักประวัติศาสตร์คณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งถือว่านี้เป็นการปรากฏขึ้นครั้งแรกของสมการเส้นโค้งปกติ แม้จะมีข้อโต้แย้งอยู่พอสมควรเนื่องจาก เดอ มัวฟวร์ ไม่ได้ตระหนักว่าสิ่งที่ตนค้นพบเป็นองค์ความรู้เฉพาะที่เรียกว่าการแจกแจงปกติซึ่งสามารถนำไปประยุกต์อ้างอิงทางสถิติได้ในกรณีอื่นๆ ด้วย และนี่ถือเป็นประเด็นโต้แย้งที่สำคัญ⁹ หรือกล่าวได้ว่า เดอ มัวฟวร์ มองผลงานการคิดค้นของตนโดยจำกัดกรอบไว้กับการแจกแจงทวินามเท่านั้นจนถือเป็นแง่มุมที่แคบอย่างไรก็ตาม Klein เห็นว่า ผลการพิสูจน์และเครื่องมือที่ได้จาก เดอ มัวฟวร์ ช่วยเปิดทางให้การคำนวณความน่าจะเป็นขยายตัวไปเกินกว่าปริบทของเกมการพนันที่การคาดการณ์ผลของเกมหาศัยแนวทาง Priori ซึ่งรู้เงื่อนไขก่อนการใช้เหตุผลเชิงอุปนัยนี้ช่วยในการระบุค่าพารามิเตอร์ผ่านแนวทาง Posteriori โดยไม่จำเป็นต้องทุ่มเทกับการศึกษากลุ่มประชากรที่ใหญ่จนเกินไป¹⁰

ทั้งนี้ ก่อนหน้า เดอ มัวฟวร์ มีนักคณิตศาสตร์ชาวสวิส ชื่อ จาคอบ หรือ เจมส์ แบร์นูลลี (Jacob or James Bernoulli ค.ศ. 1654 - 1705) เป็นบุคคลแรกๆ ที่พยายามหารูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างขนาดตัวอย่างที่ต้องใช้ในการประมาณค่าความน่าจะเป็นแบบ Posteriori แต่งานของเขามีจุดอ่อนเพราะผลลัพธ์ที่แบร์นูลลี

⁹ Ibid., 95-96.

¹⁰ Judy L. Klein, *Statistical visions in time: A history of the time series analysis, 1662 - 1938*, (New York, NY: Cambridge University Press, 1997), 146.

ได้มานั้นอยู่ในรูปของอสมการซึ่งขอบเขตการประมาณค่ากว้างจนเกินไปและมีปัญหาเรื่องความแม่นยำหากต้องนำไปใช้ เดอ มัวฟวร์ มีโอกาสศึกษางานของแบร์นูลลีและสามารถพัฒนาให้ดีกว่าได้สำเร็จ

มุมมองของ Klein ตรงกับข้อสังเกตที่กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ว่า ทฤษฎีความน่าจะเป็นหลังศตวรรษที่ 17 เริ่มก้าวเข้าสู่แนวทางการศึกษาที่แยกตัวออกจากเกมการพนัน แต่หันไปคำนวณวัดค่าความไม่แน่นอนซึ่งอาจจะอยู่ภายใต้แบบแผนหรือความสัมพันธ์ที่คงที่บางประการโดยอาศัยเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาช่วยมากขึ้น จุดนี้ถือเป็นช่วงเวลาสำคัญของการพัฒนาความรู้ในสาขาทฤษฎีความน่าจะเป็น เพราะกรณีของ เดอ มัวฟวร์ บ่งชี้ถึงการพยายามใช้คณิตศาสตร์เพื่อประเมินปรากฏการณ์ทางโลกภายใต้สมมติฐานที่กว้างขึ้นกว่าเกมการพนัน ซึ่งจะวิเคราะห์โลกทัศน์ดังกล่าวนี้ในหัวข้อที่ 3

บุคคลสำคัญลำดับถัดมา คือ คาร์ล ฟรีดริช เกาส์ (Carl Friedrich Gauss ค.ศ. 1777 - 1855) ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันที่โด่งดังมาก เกาส์ มีพรสวรรค์ด้านคณิตศาสตร์ตั้งแต่วัยเยาว์จนได้รับการสนับสนุนทางการศึกษาจากเจ้าแคว้น Brunswick และสำเร็จการศึกษาจากมหาวิทยาลัย Göttingen ในปี ค.ศ. 1795 เกาส์มีบันทึกส่วนตัวที่จดบันทึกการค้นพบทางคณิตศาสตร์ของเขาตั้งแต่ยังเป็นนักศึกษา ซึ่งมีทั้งการค้นพบทฤษฎีบทเหมือนที่นักคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 18 หลายคนเคยพบ และการค้นพบใหม่ๆ จำนวนไม่น้อย เกาส์มีความเชี่ยวชาญทั้งในสาขาทฤษฎีจำนวนและพีชคณิตและจบการศึกษาระดับ

ปริญญาเอกจากมหาวิทยาลัย Helmstedt¹¹ แต่งงานที่สร้างชื่อให้กับเกาส์อย่างรวดเร็วคืองานด้านดาราศาสตร์เนื่องจากความสามารถทางการคำนวณของเขาทำให้เขาถูกดึงตัวไปช่วยคำนวณวงโคจรของดาวเคราะห์ดวงใหม่ในปี ค.ศ. 1801 ต่อมา มีการยืนยันการค้นพบดาวเคราะห์นั้นจริงตามตำแหน่งที่เกาส์ระบุไว้ในผลการคำนวณหลังจากนั้น เกาส์ได้มาทำงานในหอดสังเกตการณ์ดาราศาสตร์และเขียนงานชิ้นสำคัญเกี่ยวกับทฤษฎีดาราศาสตร์ขึ้นด้วย¹² อนึ่ง ได้กล่าวมาแล้วในตอนต้นว่าเคยมีคำเรียกขานการแจกแจงปกติว่าการแจกแจงแบบเกาส์ นี้อย่อมบ่งบอกว่าเกาส์จะต้องมีบทบาทสำคัญไม่น้อยต่อการพัฒนาความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงปกติด้วย

จุดเริ่มต้นหรือปัญหาที่นำเกาส์ไปเกี่ยวข้องกับเส้นโค้งปกติมาจากการศึกษาและตอบโต้กับนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสชื่อ อาเดรียง มารี เลอช็องดร์ (Adrien Marie Legendre ค.ศ. 1752 - 1833) เกี่ยวกับวิธีการกำลังสองน้อยสุด (Method of Least-Squares) ซึ่งถือเป็นเครื่องมือทางสถิติที่ทรงพลังและมีการใช้งานแพร่หลายในปัจจุบันไม่ยิ่งหย่อนไปกว่ากัน แต่บทความนี้จะไม่ลงรายละเอียดในเรื่องดังกล่าว เพียงแต่จะให้ข้อมูลว่า มีการตอบโต้กันระหว่างเกาส์และเลอช็องดร์ในประเด็นว่าใครเป็นผู้คิดค้นวิธีการกำลังสอง

¹¹ Carl B. Boyer and Uta C. Merzbach, *A history of mathematics*, 558-561.

¹² Ibid., 564-565.

น้อยสุดได้ก่อนกัน ข้อสรุปทั่วไปถือว่าเลอช็องดร์เป็นผู้คิดค้น เนื่องจากมีผลงานที่ดีพิมพ์ออกมาก่อน อย่างไรก็ตาม เกาส์ได้ชี้ให้เห็นว่า งานของเลอช็องดร์ยังคงขาดฐานทางทฤษฎีที่จะใช้อธิบายถึงมูลเหตุแห่งการลดค่าผลรวมกำลังสองของค่าคลาดเคลื่อนให้น้อยที่สุด (Minimize Sum Squares of the Errors)¹³ การแก้ปัญหานี้จึงถือได้ว่ามีแรงผลักดันมาจากแง่มุมทางทฤษฎีคณิตศาสตร์เช่นกัน โดยเน้นการศึกษาเชิงทฤษฎีเพื่อรองรับความถูกต้องของวิธีกำลังสองน้อยสุด

เกาส์อธิบายว่า หากต้องการศึกษาสิ่งที่เรายังไม่ทราบค่าในที่นี้กำหนดด้วยตัวแปร x และมีการวัดค่าหลายๆ ครั้งเพื่อจะนำมาประมาณค่า x การวัดค่าแต่ละครั้งมีความไม่แน่นอนและไม่เที่ยงตรง จนทำให้แต่ละครั้งได้ค่าที่ไม่เท่ากัน สมมติทำการวัด n ครั้ง ได้ผลการวัดเป็น $a_1, a_2, \dots, a_n$ แล้วจะต้องนำค่าทั้งหมดนี้มาประมาณค่าที่แท้จริงของ x ในแง่ของความน่าจะเป็น ค่า a_i ที่ได้จากการวัดย่อมมีโอกาสที่จะแตกต่างกัน มีทั้งค่าที่สูงบ้างต่ำบ้าง ค่าคลาดเคลื่อน (Error หรือ ϵ_i) จึงเกิดจากผลต่างระหว่างค่าที่เป็นผลจากการวัด กับค่า x ที่แท้จริง (หรือ $a_i - x$) จากนั้นเกาส์เริ่มศึกษาฟังก์ชันความน่าจะเป็นของค่าคลาดเคลื่อนนี้ โดยเขียนเป็นสมการความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability)

¹³ Prakash Gorroochurn, *Classic problems of probability*, 100-101.

$$f_{\epsilon}(\epsilon_i|x) = \phi(\epsilon_i) = \phi(a_i - x)$$

และเกาส์ใช้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จนได้สมการความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนซึ่งอยู่ในรูปแบบการแจกแจงปกติ คือ

$$\phi(\epsilon_i) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \epsilon_i^2}$$

ผลลัพธ์นี้เป็นความสำเร็จของเกาส์ที่สามารถพิสูจน์ได้ว่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในกระบวนการวัดมีการแจกแจงปกติและเป็นฐานรองรับความถูกต้องของวิธีกำลังสองน้อยสุดส่งผลในทางปฏิบัติโดยเปิดทางให้นำทฤษฎีนี้ไปใช้ประมาณค่าของตัวแปรที่ยังไม่ทราบค่า แม้จะทราบดีว่ากระบวนการเก็บข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น แต่ด้วยหลักการของการแจกแจงปกตินำไปสู่ข้อสรุปว่าความคลาดเคลื่อนไม่แน่นอนเหล่านั้นสามารถลดอิทธิพลลงได้ภายใต้วิธีการทางสถิติและทำให้ประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ใกล้เคียงความจริงมากขึ้น

เนื้อหาที่กล่าวมาทั้งหมดในส่วนนี้ชี้ให้เห็นถึงการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนมาใช้ศึกษาทฤษฎีความน่าจะเป็น ในช่วงศตวรรษที่ 17 การศึกษาความน่าจะเป็นของนักคณิตศาสตร์หลายๆ คนกระทำผ่านเกมการพนันและศึกษาในเชิง Priori ที่รู้เงื่อนไขและรูปแบบการเล่นเกมอยู่ก่อนแล้ว จึงใช้เงื่อนไขที่ทราบแล้วนั้นประกอบการคำนวณ แต่ เดอ มัวฟวร์ และ เกาส์ ได้

แสดงให้เห็นวิธีการศึกษาที่ตรงกันข้ามในแบบ Posteriori ซึ่งใช้ข้อมูลจากผลการทดลองหรือผลสำรวจในปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นแล้วย้อนกลับไปหาเงื่อนไขความน่าจะเป็น เพื่ออธิบายว่าข้อมูลที่ได้มานั้นอยู่ภายใต้แบบแผนความน่าจะเป็นใดและขนาดตัวอย่าง (Sample Size) เกี่ยวข้องอย่างไรในการประมาณความน่าจะเป็นในกรณีนี้

ในแง่ทฤษฎี การดั่งสารสนเทศออกจากข้อมูลโดยที่ข้อมูลนั้นเกี่ยวข้องกับความไม่แน่นอนและความคลาดเคลื่อน อีกทั้งผลการทดลองเกิดขึ้นอย่างสุ่ม (Random) จำเป็นต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ามาประกอบเพื่อหา 'ตัวแบบ' ที่ช่วยอธิบายเบื้องหลังที่กำกับความไม่แน่นอนนั้น กล่าวให้กระชับขึ้น ความคลาดเคลื่อนและไม่แน่นอนนี้ โดยตัวของมันเองก็อยู่ภายใต้กฎบางอย่างที่มีรูปแบบแน่นอน ผลการศึกษาเหล่านี้เองที่ชักพานักคณิตศาสตร์ไปรู้จักกับการแจกแจงปกติและเส้นโค้งปกติซึ่งถือเป็นตัวแบบสำหรับศึกษาการกระจายตัวของข้อมูล ในที่นี้อาจสรุปโดยใช้แนวความคิดที่แฮนส์ได้กล่าวไว้ว่า

....การค้นพบอันยิ่งใหญ่ของมนุษยชาติ
ก็คือ มีกฎเกณฑ์บางอย่างในเรื่องโอกาสและ
ความไม่แน่นอน ซึ่งอาจดูเหมือนขัดแย้งกัน
เพราะโดยธรรมชาติแล้วเหตุการณ์ที่ไม่แน่นอน
ย่อมไม่แน่นอน ดังนั้นจะมีกฎธรรมชาติที่บังคับ
ความไม่แน่นอนได้อย่างนั้นหรือ

คำตอบหนึ่งคือ แม้ว่าเหตุการณ์แต่ละ

เหตุการณ์อาจไม่แน่นอนและทำนายไม่ได้ แต่
มักเป็นไปได้ที่จะบอกอะไรบางอย่างเกี่ยวกับ
กลุ่มของเหตุการณ์ ตัวอย่างคลาสสิกคือการ
โยนเหรียญ.....

คุณสมบัติที่สังเกตได้ของธรรมชาตินี้
เป็นตัวอย่างของกฎที่ใช้กับความไม่แน่นอน
เราเรียกกฎนี้ว่ากฎของจำนวนมาก จากข้อ
เท็จจริงที่ว่าสัดส่วนจะยิ่งเข้าใกล้กับค่าเฉพาะ
ค่าหนึ่ง (เช่น 0.5 ในกรณีของเหรียญที่เที่ยง
ตรงและเพศของทารก) ถ้ามีเหตุการณ์จำนวน
มากให้เราพิจารณา กฎนี้มีผลต่อเรื่องต่างๆ
และเป็นเครื่องมือที่ทรงพลังของวิชาสถิติที่จะ
การาบ ควบคุม และใช้ประโยชน์จากความไม่
แน่นอน...¹⁴

อย่างไรก็ตาม ผลลัพธ์ในรูปของสมการและความก้าวหน้า
ทางทฤษฎีคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ได้จากการพิสูจน์ทางตรรกะ
เท่านั้น แม้จะถูกต้องก็ถูกต้องตามตรรกะของการแก้สมการ ดัง
นั้น เนื้อหาต่อจากนี้จะชี้ให้เห็นว่า ปัจจัยที่ทำให้เส้นโค้งปกติเป็น
ที่ยอมรับและใช้งานในวงกว้างไม่ได้เกิดจากการบุกเบิกในเชิง
คณิตศาสตร์เท่านั้น แต่มีแรงผลักดันให้นำไปประยุกต์ใช้งานจริง

¹⁴ เดวิด เจ แฮนด, สถิติ: ความรู้ฉบับพกพา, 87-88.

กับเรื่องราวหรือปรากฏการณ์ทางสังคมโดยสัมพันธ์กับบริบททางสังคมในขณะนั้นด้วย

2.2 แรงผลักดันทางปฏิบัติ

เบื้องหลังงานของ เดอ มัวฟวร์ กับ เกาส์ คือการหาวิธีประมาณค่าความน่าจะเป็นในกลุ่มประชากรขนาดใหญ่โดยอาศัยความเกี่ยวเนื่องกันระหว่างทฤษฎีความน่าจะเป็นกับวิธีการทางสถิติซึ่งพัฒนาขึ้นในช่วงศตวรรษที่ 17 และ 18 แต่ยังมีแรงผลักดันอีกด้านหนึ่งที่ไม่ได้มาจากความมุ่งหมายในเชิงทฤษฎีคณิตศาสตร์ กล่าวคือ

“....วิชาสถิติในยุคแรกมีหลายสายซึ่งได้รวมกันจนกลายเป็นวิชาสถิติยุคใหม่ สายวิชาหนึ่งคือความเข้าใจเรื่องความน่าจะเป็นนั้นมีมาตั้งแต่ปลายศตวรรษที่ 17 ซึ่งส่วนหนึ่งเกิดจากคำถามในการพนัน อีกสายหนึ่งคือความเข้าใจในเรื่องการวัด โดยตระหนักว่าการวัดย่อมมีความคลาดเคลื่อน จึงต้องมีการวิเคราะห์บางอย่างเพื่อหาความหมายสมเหตุสมผลจากการวัด ซึ่งเป็นเรื่องสำคัญมากในวิชาดาราศาสตร์ยุคแรกๆ

....”¹⁵

¹⁵ เรื่องเดียวกัน, 27.

ดังนั้น ผลงานส่วนใหญ่ในหัวข้อนี้จะเกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ข้อมูลเชิงสถิติกับเรื่องราวทางโลก โดยเริ่มจากการประยุกต์ใช้ในการศึกษาทางดาราศาสตร์

นับตั้งแต่การปฏิวัติวิทยาศาสตร์ (Scientific Revolution) เป็นต้นมา การศึกษาดาราศาสตร์ก้าวหน้ามากขึ้นโดยเฉพาะเมื่อได้ทฤษฎีแรงดึงดูดสากลของนิวตันเป็นเครื่องมือทำให้ดาราศาสตร์เริ่มแพร่หลายและดึงดูดผู้สนใจ แต่การศึกษาดาราศาสตร์จนถึงช่วงศตวรรษที่ 17 – 18 ยังคงมีปัญหาในทางปฏิบัติเพราะเป็นการศึกษาเทววัตถุที่อยู่ห่างไกลจากโลกซึ่งทำได้ยากภายใต้ขีดจำกัดทางกายภาพและข้อจำกัดทางเทคโนโลยีในขณะนั้น การวัดค่าต่างๆ จึงมีการเบี่ยงเบน (Deviation) เพราะต้องใช้ตาเปล่ากับกล้องดูดาวและอาศัยการคำนวณร่วมด้วย ผลการสังเกตที่ได้ย่อมมีโอกาสคลาดเคลื่อนไม่เท่ากัน ข้อมูลจึงต้องถูกตรวจสอบและยืนยันผ่านการสังเกตหลายๆ ครั้ง เมื่อสังเกตและบันทึกผลซ้ำๆ ผลที่ได้ย่อมมีความไม่แน่นอนหรือความคลาดเคลื่อนเข้ามาเกี่ยวข้องเสมอ เป็นปัญหาในการทำงานกับข้อมูลซึ่งต้องคิดค้นเครื่องมือมาเพื่อจัดการกับข้อมูลที่มีความคลาดเคลื่อนและเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ย โดยอาศัยแนวคิดที่ว่าความคลาดเคลื่อนจะเกิดขึ้นตามหลักของความน่าจะเป็น แล้วใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยจัดการ

ดังที่ Fendler and Muzaffar ได้ชี้ประเด็นไว้ว่า เส้นทางที่สองของการกำเนิดเส้นโค้งปรกติพัฒนาขึ้นในหมู่นักดาราศาสตร์ที่สังเกตบันทึกข้อมูลและต้องอาศัยแนวคิดเรื่องการแจกแจงปรกติเพื่อยืนยันความถูกต้องในการวัดค่าต่างๆ นักดาราศาสตร์

วัดระยะทางหลายๆ ครั้งและร่างผลลัพธ์นั้นขึ้นเป็นภาพ หากการวัดค่าแต่ละครั้งซึ่งอาจมีค่าแตกต่างกันและเบี่ยงเบนคลาดเคลื่อนไปจากกัน แต่เป็นค่าที่กระจายตัวอยู่รอบค่าเฉลี่ย (Mean) การใช้ค่าเฉลี่ยย่อมน่าเชื่อถือและการเบี่ยงเบนต่างๆ สามารถละไว้ได้¹⁶ บริบทนี้เองที่อยู่เบื้องหลังการคิดค้นวิธีการถ่วงน้ำหนักของเลอช็องด์ และผลการศึกษาของเกาส์ ตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้ สะท้อนถึงความพยายามของนักคณิตศาสตร์ที่จะจัดการกับความคลาดเคลื่อนและความไม่แน่นอนจากผลการศึกษาในเชิงปฏิบัติ

แต่บริบทการนำแนวคิดทางสถิติไปใช้งานยังไม่หมดเพียงเท่านี้ เพราะมีอีกบุคคลซึ่งมีบทบาทสำคัญมาก คือ ออดอล์ฟ เกเตอเลต์ (Adolph Quetelet ค.ศ. 1796 - 1874) เกเตอเลต์เกิดที่ Ghent ในเบลเยียม และจบการศึกษาจากมหาวิทยาลัยแห่ง Ghent ในปี ค.ศ. 1819 ด้วยผลงานการศึกษาทฤษฎีภาคตัดกรวย แนวโน้มความสนใจแรกเริ่มของเกเตอเลต์จึงเป็นด้านคณิตศาสตร์และสอนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ที่บรัสเซลส์ในปี ค.ศ. 1820 เขาได้รับเลือกให้เข้าร่วมงานในสถาบัน Academie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles

ต่อมารัฐบาลเบลเยียมมีแผนงานที่จะสร้างหอสังเกตการณ์ทางดาราศาสตร์ซึ่งเกเตอเลต์มีส่วนร่วมด้วย เป็นเหตุให้ในปี ค.ศ.

¹⁶ Lynn Fendler and Irfan Muzaffar, "The history of the bell curve: Sorting and the idea of normal," *Educational Theory* 58, 1 (2008): 70.

1823 เขาได้ไปศึกษาเพิ่มเติมด้านดาราศาสตร์ที่ปารีสภายใต้การสนับสนุนของรัฐบาลอย่างไรก็ตาม เหตุการณ์ดังกล่าวถือเป็นจุดเปลี่ยนในชีวิตการทำงานของเกเตอเลต์เพราะเปิดโอกาสให้เขาใกล้ชิดและศึกษาจากบุคคลที่มีชื่อเสียงด้านทฤษฎีความน่าจะเป็นอย่างโจเซฟ ฟูรีแยร์ (Joseph Fourier) และลาปลาซ (Laplace) แนวโน้มผลงานของเกเตอเลต์หลังจากนั้นจึงเป็นงานที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ความน่าจะเป็นเกเตอเลต์มีชื่อเสียงในระดับนานาชาติในฐานะนักสถิติและนักศึกษาสังคมรวมทั้งได้เข้าทำงานในหน่วยงานด้านสถิติของเบลเยียมในปี ค.ศ. 1826 โดยทำงานวิจัยเกี่ยวกับประชากรวิเคราะห์ข้อมูลประชากรในอดีตและวางแผนการทำสำมะโนปี ค.ศ. 1829¹⁷ พื้นฐานประสบการณ์ชุดนี้ช่วยให้เขาเข้าใจบริบทซึ่งหล่อหลอมทิศทางการทำงานของเกเตอเลต์ให้มุ่งไปสู่การศึกษาข้อมูลเชิงสถิติจากประชากร

เกเตอเลต์ต้องการสรุปข้อมูลการวัดค่าเชิงมานุษยวิทยา (Anthropometric Data) เพื่อตรวจสอบความสัมพันธ์และความแตกต่างระหว่างกลุ่มคนต่างๆ เช่น เกเตอเลต์มีข้อมูลจำนวนมากของการเกณฑ์ทหารในฝรั่งเศส แล้วนำมาคำนวณหาค่าส่วนสูงเฉลี่ยและน้ำหนักเฉลี่ยของทหารเกณฑ์ฝรั่งเศส ซึ่งสามารถเปรียบเทียบข้อมูลของประเทศอื่นๆ เกเตอเลต์ยังคิดไปถึงลักษณะเฉพาะของปัจเจกด้านที่ไม่ใช่ลักษณะทางกายภาพ หากแต่เป็น

¹⁷ Stephen M. Stigler, *The history of statistics: The measurement of uncertainty before 1900*, 162-163.

พฤติกรรม เช่น แนวโน้มการก่ออาชญากรรม การดื่มสุราโดยคำนวณจากอัตราการจับกุมในกลุ่มประชากรที่สนใจศึกษาอัตราส่วนหรือแนวโน้มที่ได้นี้สามารถนำไปเปรียบเทียบกับประชากรกลุ่มอื่นหรือเทียบระหว่างสองเพศก็ได้ หากมีเวลาและการทำงานที่ฉลาดเพียงพอ ข้อมูลทางสถิติทั้งหมดสามารถสร้างขึ้นเพื่ออธิบาย ‘Average Man’ ที่กำหนดวัดค่าต่างๆ ของกลุ่มประชากรมนุษย์ออกมาเป็นตัวเลข เพื่อสร้างเกณฑ์เฉลี่ยหรือ Average Man ของประชากรกลุ่มนั้นๆ ไม่ว่าจะเป็นแง่มุมทางกายภาพอย่างเช่น ความสูง หรือแง่มุมที่เป็นแนวโน้มอย่างเช่น อัตราการฆาตกรรม¹⁸

ดังนั้น การศึกษาของเกเตอเลต์จึงแตกต่างจากนักดาราศาสตร์ร่วมสมัย เพราะเขาไม่ได้จำกัดการใช้ประโยชน์เรื่องการแจกแจงความถี่ (Frequency Distribution) เฉพาะกับดวงดาว ก้าวสำคัญของเกเตอเลต์คือการหาฏของความคลาดเคลื่อนทางสถิติในกลุ่มประชากร เกเตอเลต์ค้นพบภาพการแจกแจงแบบระฆังคว่ำในสถิติทางด้านสังคมและเรียกว่า “Law of Accidental Causes” แท้จริงแล้ว เกเตอเลต์ได้รับยกย่องด้วยว่าเป็นบุคคลแรกที่ตีพิมพ์ภาพการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเส้นโค้งปกติ¹⁹ เพราะการศึกษากการแจกแจงปกติก่อนหน้านี้อาศัยสมการคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือมากกว่าที่จะสื่อด้วยภาพซึ่งทำให้แนวคิด

¹⁸ Ibid., 170.

¹⁹ Judy L. Klein, *Statistical visions in time: A history of the time series analysis, 1662 - 1938*, 163-164.

เป็นทฤษฎีนามธรรม ต่างไปจากเกเตอเลต์ที่ตีพิมพ์ภาพเส้นโค้ง
ปรกติไว้ในงานของตนอย่างชัดเจน

ทั้งนี้ ผลงานของเกเตอเลต์ย่อมสัมพันธ์กับบริบทในยุค
สมัยของเขา ดังที่ Watson อธิบายว่า ปัญหาการเติบโตของเมือง
ทำให้องค์กรเริ่มจัดทำการศึกษาสำมะโนใน ค.ศ. 1851 เป้าหมาย
อยู่ที่ข้อมูลพื้นฐานในมิติทางสังคม การทำสำมะโนนี้เป็นความ
พยายามครั้งแรกที่จะเข้าถึงเรื่องความยากจนและปัญหาที่อยู่
อาศัยอย่างเป็นระบบ และสะท้อนถึงการเติบโตของความสนใจใน
สถิติ British Association for the Advancement of Science
ซึ่งเป็นองค์กรใหม่ที่ตั้งขึ้นเมื่อปี ค.ศ. 1831 ได้จัดตั้งหน่วยงาน
ด้านสถิติขึ้นในปีเดียวกันนั้น สองปีต่อมามีการก่อตั้ง Manchester
Statistical Society และติดตามด้วย London Society ในอีก
หนึ่งปีให้หลัง นับตั้งแต่นั้น การรวบรวมข้อมูลทางสังคม เช่น อัตรา
การเกิดอาชญากรรม หรือข้อเท็จจริงเกี่ยวกับภาวะโภชนาการ จะ
ต้องวางอยู่บนข้อมูลเชิงประจักษ์เพื่อใช้งานทั้งในด้านนโยบาย
สังคมในฝ่ายรัฐและในด้านสังคมศาสตร์สำหรับการศึกษาระดับ
มหาวิทยาลัย ข้อมูลจำนวนมากถูกผลิตขึ้นและเป็นส่วนกระตุ้น
ให้เกิดการวิเคราะห์เชิงสถิติที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น²⁰

หากมองปรากฏการณ์ดังกล่าวร่วมกับความเปลี่ยนแปลง
ทางประวัติศาสตร์ของยุโรปโดยรวมไม่ใช่เฉพาะอังกฤษจะพบว่า

²⁰ Peter Watson, *Ideas: A history of thought and invention, from fire to Freud*, (New York: HarperCollins, 2005), 656-657.

การขยายตัวของการสำรวจ รวบรวม และใช้งานข้อมูลเชิงตัวเลขนี้สัมพันธ์กับพัฒนาการของรัฐบาลสมัยใหม่ในสังคมอุตสาหกรรม ซึ่งการบริหารรัฐกิจ (Public Administration) ภายใต้ระบบราชการของรัฐหนึ่งๆ จำเป็นต้องเพิ่มประสิทธิภาพการจัดการทรัพยากรภายในรัฐของตน การมีข้อมูลที่ถูกต้องเกี่ยวกับประชากรนับเป็นส่วนสำคัญที่เชื่อมโยงไปสู่การจัดการทรัพยากรอื่นๆ เช่น อาหาร สาธารณสุข ภาษี ฯลฯ การตัดสินใจใดๆ ในเชิงนโยบายจึงต้องตั้งอยู่บนฐานของข้อมูลเป็นสำคัญ แต่ก่อนที่รัฐในยุโรปจะพัฒนาตัวเองเป็นรัฐบาลสมัยใหม่นั้น ฝ่ายปกครองแทบไม่มีความจำเป็นจะต้องพัฒนาเทคนิคในเรื่องเหล่านี้ โดยเฉพาะในรัฐศักดินาที่ผู้ปกครองไม่มีภาระต้องตอบสนองต่อข้อเรียกร้องของผู้ใต้ปกครองมากนัก

ข้อมูลทั้งหมดที่กล่าวมาในหัวข้อนี้ยังสามารถเชื่อมโยงไปถึงความเป็นมาของคำศัพท์สองคำที่มีบทบาทอย่างมากในบทความนี้ด้วย คือ คำว่า ‘เส้นโค้งปกติ’ กับ คำว่า ‘สถิติ’

ที่มาของชื่อเส้นโค้งปกติสามารถโยงกลับไปยังการศึกษาดาราศาสตร์ซึ่งกล่าวไว้ก่อนหน้านี้ เพราะเมื่อนำข้อมูลจากการสังเกตโดยนักดาราศาสตร์หลายๆ คนมารวบรวม (Plot) เป็นภาพ พวกเขาพบว่าภาพที่ได้มีการ ‘กระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ’ ทั้งยังพบว่า การกระจายอย่างสม่ำเสมอนี้เกิดกับปรากฏการณ์อื่นๆ ด้วย วิธีที่ใช้เรียกปรากฏการณ์นี้ถูกเปลี่ยนเป็น ‘การแจกแจงปกติ’ (รอบค่าเฉลี่ย) และแนวคิดนี้ได้รับการทบทวนอีกในทศวรรษ 1890 โดยนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ คาร์ล เพียร์สัน (Karl Pearson ค.ศ. 1857-1936) ผู้เริ่มนำคำว่า ‘เส้นโค้งการแจกแจง

ปกติ' (Normal Distribution Curve) มาใช้และกลายเป็นที่รู้จักในฐานะเส้นโค้งระฆังคว่ำ²¹

จากรายละเอียดดังกล่าว เหตุที่เลือกใช้คำว่า 'ปกติ' หรือ 'Normal' เพราะเห็นแล้วว่าเป็นรูปแบบการกระจายข้อมูลที่พบบ่อยครั้ง ครอบคลุมชุดข้อมูลเชิงประจักษ์จำนวนมาก มีตั้งแต่การแจกแจงความน่าจะเป็น ค่าความคลาดเคลื่อนในการวัด ข้อมูลทางดาราศาสตร์ ไปจนถึงข้อมูลทางกายภาพของกลุ่มประชากรมนุษย์ การปรากฏขึ้นซ้ำๆ ในขอบเขตการศึกษาที่หลากหลายและกว้างขวางนี้เองเป็นที่มาของการยกให้กรอบความคิดนี้เป็นตัวแทนของความ 'ปกติ' และเชื่อว่าเป็นบรรทัดฐานเทียบเคียงกับกรณีอื่นๆ ได้ ทั้งนี้บริบทของสังคมในศตวรรษที่ 19 ดังที่กล่าวมาโดยเฉพาะการเก็บสำรวจข้อมูลทางสังคมที่แพร่หลายมากขึ้นเรื่อยๆ มีส่วนสำคัญที่สนับสนุนและยืนยันแนวคิดในการสร้างตัวแบบที่สะท้อนความเป็น 'ปกติ'

สำหรับคำว่าสถิติ แต่เดิมคำว่า *Statistik* ในสมัยของเกาส์เป็นเรื่องเกี่ยวกับกิจการของรัฐ ซึ่งไม่มีร่องรอยของทฤษฎีทางคณิตศาสตร์และแทบไม่เกี่ยวข้องกับตัวเลข จนเมื่อชาวสกอตชื่อ เซอร์ จอห์น ซินแคลร์ (Sir John Sinclair) นำคำว่า *Statistic* มาใช้กับข้อมูลและวิธีการแบบเลขคณิตเชิงรัฐศาสตร์ (Political Arithmetic) และเกิดฐานคิดเรื่อง Average Man ของเกเตอเลต์ แสดงถึงการนำความเข้าใจเรื่องการแจกแจงปกติ

²¹ Ibid., 658.

ที่เคยจำกัดอยู่เฉพาะกับการคิดคำนวณความน่าจะเป็นมาสู่การ
ใช้งานเพื่อศึกษาสังคม เป็นทฤษฎีสังคมที่แปรเปลี่ยนมนุษย์ให้
เป็นวัตถุเพื่อการศึกษา ถือเป็นตัวอย่างของลักษณะเฉพาะของ
วิธีคิดทางสังคมศาสตร์ช่วงกลางศตวรรษที่ 19 ภายหลังจากงาน
ของเกเตอเลต์ นักสังคมศาสตร์เริ่มสร้างข้อมูลเชิงตัวเลขเพื่อ
บรรยายภาพเกี่ยวกับประชากร และพยายามค้นหาหนทางเหมาะ
สมที่จะใช้ข้อมูลเหล่านั้นกับเส้นโค้งปกติ ข้อมูลเชิงตัวเลขเกี่ยว
กับ Average Man ถูกสร้างขึ้นและทบทวน การอพยพและการ
ขยายตัวของอุตสาหกรรมที่เพิ่มความซับซ้อนเกี่ยวกับประชากร
สิ่งเหล่านี้ส่งผลให้สถิติเพิ่มบทบาทในฐานะเทคโนโลยีที่เจ้าหน้าที่
รัฐสามารถใช้วิเคราะห์และจัดการกับระบบบริหารประชากรอย่าง
มีเหตุผล²² ทั้งนี้จะเห็นถึงร่องรอยการใช้คำว่าสถิติในฐานะศาสตร์
แห่งการรวบรวมและจัดการกับข้อมูล ซึ่งเกิดขึ้นภายใต้บริบทการ
ทำความเข้าใจสังคมด้วยข้อมูลเชิงตัวเลขในยุโรปช่วงศตวรรษที่
19 และเกิดความต้องการเครื่องมือหรือเทคโนโลยีที่ใช้งานกับ
ข้อมูลที่มีมากขึ้นๆ จนผลักดันให้ยกระดับสถิติขึ้นเป็นศาสตร์
สาขาหนึ่ง

ดังนั้น คำถามที่ระบุไว้ในตอนต้นของบทความเกี่ยวกับต้น
กำเนิดของการนำเสนอสิ่งนี้ได้แก่ ข้อมูลเชิงประจักษ์ กับตัวแบบ

²² Lynn Fendler and Irfan Muzaffar, "The history of the bell curve: Sorting and the idea of normal," *Educational Theory* 58, 1 (2008): 71-72.

ทางคณิตศาสตร์ (ในกรณีนี้คือเส้นโค้งปกติ) มาศึกษาเทียบเคียงกัน จึงมีคำอธิบายส่วนหนึ่งที่ได้จากหัวข้อนี้เห็นได้จากการศึกษาดาราศาสตร์ที่เริ่มพบว่าข้อมูลมีความคลาดเคลื่อนและต้องการเข้าใจธรรมชาติหรือการกระจายตัวของข้อมูลนั้น ต่อด้วยผลงานของเกเตอเลต์ที่นำข้อมูลเชิงตัวเลขมาศึกษาวิเคราะห์เป็นภาพจนมองเห็นแบบแผนการกระจายตัวของข้อมูลทางสังคม แนวคิดตลอดจนสมการที่พัฒนาโดย เดอ มัวฟวร์ และเกาส์ เริ่มมีปฏิสัมพันธ์กับข้อมูลที่เก็บสำรวจจากธรรมชาติและสังคมมนุษย์ หรือกล่าวได้ว่าเส้นโค้งปกติเริ่มมีพื้นที่ทางสังคมอย่างชัดเจนขึ้น

และหากมองบริบททางสังคมตามที่กล่าวมา สังคมยุโรปหลังยุครู้แจ้งที่รัฐจำนวนมากต้องพัฒนาตัวเองให้เป็นรัฐสมัยใหม่ได้สร้างความเปลี่ยนแปลงในการศึกษาข้อมูลทางสังคมและนำพาสังคมยุโรปไปเกี่ยวข้องกับคำว่า ความคลาดเคลื่อน ค่าเฉลี่ย ความไม่แน่นอน การแจกแจงข้อมูล ซึ่งล้วนแต่เป็นองค์ประกอบพื้นฐานในวิชาสถิติ ผลงานของเกเตอเลต์ถือเป็นการสาธิตกระบวนการและระเบียบวิธีศึกษาทางสถิติในยุคแรกๆ จากนั้นการใช้งานแนวคิดทางสถิตินี้อย่างแพร่หลายกลายเป็นส่วนสำคัญที่ยกระดับความรู้ในเรื่องเส้นโค้งปกติจนเป็นที่ยอมรับในฐานะตัวแบบอ้างอิงในการกระจายข้อมูลจวบจนปัจจุบัน

3. วิเคราะห์โลกทัศน์ทางภูมิปัญญา

โลกตะวันตกหลังยุคฟื้นฟูศิลปวิทยาการ (Renaissance) ได้มีโอกาสดทวนแนวทางการศึกษาปรัชญาธรรมชาติ (Natural philosophy) ซึ่งถือเป็นเงื่อนไขอันนำไปสู่ปรากฏการณ์ที่เรียกว่าการปฏิวัติวิทยาศาสตร์ การทบทวนภูมิปัญญาในครั้งนั้นมีจุดเปลี่ยนที่สำคัญประการหนึ่ง คือการวางแนวทางเข้าถึงความจริงหรือสัจธรรมที่ได้จากโลกธรรมชาติ (Natural World) อย่างเที่ยงตรง รวมทั้งต้องการความจริงที่สามารถพิสูจน์ตรวจสอบได้ การศึกษาความเป็นมาของเส้นโค้งปกติจะช่วยให้อธิบายและขยายความจุดเปลี่ยนทางความคิดดังกล่าวในสังคมตะวันตกได้ละเอียดยิ่งขึ้น

เริ่มต้นจากการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับภูมิปัญญากรีก เพราะโดยข้อเท็จจริงไม่อาจปฏิเสธได้เลยว่าการศึกษาวิทยาศาสตร์เชื่อมโยงกับการฟื้นฟูภูมิปัญญากรีกในหลายประเด็น โดยเฉพาะการหันมาให้ความสำคัญกับคณิตศาสตร์ตามแบบฉบับของนักปราชญ์กรีกบางสกุล แต่การพัฒนาความคิดในเรื่องนี้มีข้อแตกต่างในรายละเอียด แนวคิดสายพีทาโกรัส (Pythagoras) และเพลโต (Plato) เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีพลังที่ช่วยอธิบายปรากฏการณ์ในโลกวัตถุ คณิตศาสตร์คือเครื่องมือที่เปิดเผยแบบแผนในความคิดของผู้สร้าง (พระเจ้า) การทำความเข้าใจธรรมชาติผ่านคณิตศาสตร์คือการเข้าใจความคิดของผู้สร้างไปพร้อมๆ กัน แต่นักปรัชญาธรรมชาติหลังจากนิวตันเริ่มมองว่าแบบแผนที่ปรากฏสม่ำเสมอในธรรมชาติเป็นสิ่งที่แสดงถึงแนวโน้มความเป็น

กลไกที่ดำรงอยู่ในธรรมชาติของสรรพสิ่ง โดยไม่จำเป็นต้องตีความว่าแบบแผนทางคณิตศาสตร์ในธรรมชาติยึดโยงกับความสมบูรณ์แบบตามแนวคิดสายเพลโต กฎธรรมชาติมีมูลฐานมาจากสภาวะความเป็นวัตถุและไม่เกี่ยวข้องกับพลังศักดิ์สิทธิ์ใดๆ²³

กล่าวให้ง่ายขึ้น มาตรฐานสมัยใหม่อธิบายว่าระเบียบธรรมชาติมาจากวัตถุและกฎวิสัยในธรรมชาติซึ่งเป็นแบบแผนที่ลงตัวแน่นอน มนุษย์มีศักยภาพที่จะไปทำความเข้าใจกับระเบียบธรรมชาติได้ เมื่อเชื่อมโยงประเด็นนี้เข้ากับผลงานต่างๆ ในบทความจะเห็นได้ถึงความพยายามที่จะมองหาระเบียบแบบแผนในสรรพสิ่งอื่นๆ ดังเช่น แบบแผนของผลลัพธ์ในเกมการพนันที่เต็มไปด้วยความไม่แน่นอนซึ่ง เดอ มัวฟวร์ ศึกษาไว้ แบบแผนที่แฝงอยู่ในความคลาดเคลื่อนจากการวัดค่าในทางดาราศาสตร์ตามที่เกาส์สนใจ และแบบแผนที่อยู่ในข้อมูลการศึกษาประชากรในสังคมมนุษย์ของเกเตอเลต์ ผลงานเหล่านี้สะท้อนความลึกซึ้งของมนุษย์ที่สามารถขยายขอบเขตการศึกษาโลกธรรมชาติได้อย่างไม่จำกัดและตั้งโจทย์การศึกษาใหม่ๆ ได้เสมอ การปะติดปะต่อภาพของเส้นโค้งปรกติขึ้นมาได้สำเร็จเป็นผลรวมของความพยายามเหล่านั้น ขณะที่ภูมิปัญญากรีกก้าวไม่ถึงจุดนี้เพราะยังคงยึดติดกับวิธีคิดที่มุ่งหาความสมบูรณ์แบบตามอิทธิพลของเพลโต จึงไม่ได้

²³ Richard Tarnas, *The passion of the western mind: Understanding the ideas that have shaped our world view*, (London: Pimlico, 1996), 292-293.

สนใจมิติทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับค่าความไม่แน่นอนและค่าความคลาดเคลื่อนอันเป็นประเด็นที่เกิดจากการลงมือปฏิบัติเกี่ยวกับข้อมูลเชิงตัวเลข

เมื่อสังคมสมัยใหม่เปิดรับโลกทัศน์ดังกล่าวส่งผลให้การแสวงหา ‘สารสนเทศ’ จากธรรมชาติผ่านความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มความแหลมคมอย่างมีนัยยะ เมื่อมองย้อนกลับไป ผลงานทางความคิดที่สำคัญในช่วงการปฏิวัติวิทยาศาสตร์ระหว่างศตวรรษที่ 16 -17 ล้วนมีส่วนเกี่ยวพันกับการดึงสารสนเทศจากโลกธรรมชาติ ตัวอย่างเช่น การค้นพบว่าวงโคจรของดาวเคราะห์เป็นวงรี หรือทฤษฎีแรงดึงดูดสากลของนิวตัน จุดร่วมของงานเหล่านี้ คือการปล่อยให้ปรากฏการณ์ธรรมชาติดำเนินไปตามวิถีที่เป็นอยู่แล้วพยายามสกัดเอาความจริงที่แฝงอยู่ในวิถีธรรมชาติออกมาแนวทางเช่นนี้ถือว่าการศึกษาพฤติกรรมที่เป็นไปตามธรรมชาติของสิ่งใดย่อมช่วยให้เข้าถึงวิถีความเป็นไปของสิ่งนั้นๆ ได้อย่างแท้จริง ค้นหาในสิ่งที่ธรรมชาติถูกสร้างให้เป็นมนุษย์เริ่มมีโอกาสศึกษาว่าข้อมูลจากธรรมชาติมีแบบแผนเฉพาะหรือไม่ มีความสม่ำเสมอบางประการหรือไม่ หรือกล่าวได้ว่าเป็นความพยายามจะรู้ว่าธรรมชาติกำลัง ‘สื่อสาร’ หรือ ‘ส่งสาร’ ประเภทใดออกมา ด้วยกรอบคิดนี้ล้าพังข้อมูลที่บันทึกจากการสังเกตยังไม่ถือเป็นสารสนเทศ แต่การประมวลผลจนพบแบบแผนบางประการต่างหากที่นับเป็นการเข้าถึงสารสนเทศในธรรมชาติ

ความก้าวหน้าในประเด็นนี้ทำให้ยุโรปมีศักยภาพที่แตกต่างไปจากอดีตเพราะชี้ให้เห็นว่า กรณีที่มนุษย์เคยอธิบายวงโคจรของดวงอาทิตย์ ดวงจันทร์ และดาวเคราะห์ที่อยู่ใกล้โลกว่า

เป็นวงโคจรแบบวงกลม แท้จริงแล้วนั้นเป็นเพียงการสรุปโดยอาศัยความรู้สึกและประสาทสัมผัสของตนซึ่งไม่ใช่สารสนเทศที่มาจากธรรมชาติโดยตรง เกิดคำอธิบายหรือข้อสรุปที่ผิดเกี่ยวกับวงโคจรเพราะใช้การคาดเดาไปคะเนความเป็นไปในธรรมชาติ จนผิดแผกไปจากวิถีที่แท้จริงของธรรมชาติ ดังนั้น แนวโน้มการคำนึงถึงความเที่ยงตรงของข้อมูลและระเบียบวิธีในการสกัดสารสนเทศจากธรรมชาติอย่างถูกต้องจึงถือเป็นสิ่งที่วิทยาศาสตร์สมัยใหม่ระมัดระวังเป็นอย่างมาก

การเปิดเผยระเบียบแบบแผนในธรรมชาติได้จุดประกายให้เกิดบรรทัดฐานที่ครอบงำการศึกษาปรัชญาธรรมชาติตั้งแต่ช่วงการปฏิวัติวิทยาศาสตร์เป็นต้นมา หลักฐานคือการใช้งานข้อมูลเชิงตัวเลขที่มีมากขึ้น เนื่องจาก

...เราเชื่อมโยงข้อมูลตัวเลขโดยตรงกับปรากฏการณ์ที่เรากำลังศึกษาได้ดีกว่าข้อมูลที่เป็นคำพูด เพราะข้อมูลเชิงตัวเลขมักได้จากเครื่องมือวัดซึ่งเชื่อมโยงกับปรากฏการณ์เหล่านั้น ตัวเลขจึงมาจากสิ่งที่ถูกศึกษาโดยตรง แต่คำพูดคือสิ่งที่กลั่นกรองจากสมองมนุษย์แน่นอนว่างานต้องยากขึ้นถ้ากระบวนการรวบรวมข้อมูลต้องอาศัยคำพูด (เช่น กรณีที่ข้อมูลมาจากแบบสอบถาม) แต่หลักการยังเหมือนกัน แม้เครื่องมือวัดจะไม่สมบูรณ์ ข้อมูลก็ยังเป็นตัวแทนที่เหมาะสมของผลลัพธ์จากการนำ

เครื่องมือวัดไปใช้ในปรากฏการณ์ที่เรากำลัง
ศึกษา บางครั้ง [ผม] สรุปด้วยคำกล่าวใน
ตอนต้นของบทนี้ว่า ข้อมูลคือหลักฐานของ
ธรรมชาติที่มองผ่านเครื่องมือวัด²⁴

จึงกล่าวได้ว่า การหลีกเลี่ยงที่จะบิดเบือนข้อมูลจากธรรมชาติเป็นเหตุให้มนุษย์สร้างบรรทัดฐานในการใช้ข้อมูลเชิงตัวเลขเพื่อนำไปสู่สารสนเทศที่ถูกต้องและไม่เอนเอียงไปจากที่ธรรมชาติเป็นอยู่

นอกจากนี้ การยอมรับกฎสากลหรือกฎธรรมชาติที่อยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์ดังที่นิวตัน กระทำไว้ (กฎแรงดึงดูดสากล) นับว่าส่งอิทธิพลทางความคิดอย่างมหาศาลทั้งต่อบุคคลร่วมสมัยและสมัยหลัง มองในเชิงประวัติศาสตร์ความคิด เดอ มัวฟวร์ ซึ่งเป็นบุคคลร่วมสมัยกับนิวตันก็พยายามหากฎที่แน่นอนบางอย่างในทฤษฎีบททวินามและถือเป็นแรงผลักดันในทางคณิตศาสตร์โดยตรง อนึ่ง สมควรกล่าวไว้ ณ ที่นี้ด้วยว่า แม้แต่นิวตันก็เริ่มพัฒนาทฤษฎีแคลคูลัสของเขาจากการศึกษาทฤษฎีบททวินาม²⁵ ผลงานของบุคคลทั้งสองรวมถึงงานของเกาส์เป็นหลักฐานที่ชี้ให้เห็นว่าความคิดที่เริ่มจากกรณีศึกษาทางทฤษฎีคณิตศาสตร์มักจะมีโอกาสขยายผลในเชิงประยุกต์ไปสู่เรื่อง

²⁴ เดวิด เจ แอนด์, สถิติ: ความรู้ฉบับพกพา, 47.

²⁵ ศุภวิทย์ ถาวรบุตร, “นิวตันและไลบ์นิทซ์: ความเหมือนที่แตกต่าง,” วารสารศิลปศาสตร์ 11, 2 (กรกฎาคม - ธันวาคม 2554): 105-107.

ราวอื่นๆ ในภายหลังเสมอ

ประวัติศาสตร์ของเส้นโค้งปรกติยังทำให้เห็นความก้าวหน้าที่สุดไปอีกขั้นหนึ่งคือการศึกษาความไม่แน่นอนโดยอาศัยตัวเลข ดังกรณีที่ เดอ มัวฟวร์ ศึกษาการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบทวินาม และ เกาส์ ศึกษาแบบแผนของค่าคลาดเคลื่อนงานเหล่านี้ไม่ปฏิเสธว่าข้อมูลที่ได้จากการสังเกตปรากฏการณ์ต่างๆ มีความไม่แน่นอนและความคลาดเคลื่อนรวมอยู่ด้วย แต่ผลจากการนำคณิตศาสตร์มาช่วยพัฒนาทฤษฎีความน่าจะเป็น สามารถสร้างกรอบทฤษฎีขึ้นเพื่อขจัดอิทธิพลของความคลาดเคลื่อนและบ่งบอกว่าคณิตศาสตร์มีพลังในการประยุกต์ใช้กับปรากฏการณ์นามธรรม (ความน่าจะเป็นและความคลาดเคลื่อน) ไม่น้อยไปกว่าการศึกษาปรากฏการณ์ในโลกวัตถุ (ดาราศาสตร์และค่าเฉลี่ยประชากร)

ในกรณีของเกเตอเลต์ที่คำนวณหาค่าเฉลี่ยของส่วนสูง น้ำหนัก เซวอนปัญญา ของกลุ่มประชากรที่อายุเท่ากันหลายๆ กลุ่ม เกเตอเลต์ไม่ได้ถือว่าผลที่ได้เป็นค่าเฉลี่ยในเชิงประจักษ์เท่านั้น แต่ยังมีทัศนะว่าค่าเฉลี่ยเป็นค่า ‘เป้าหมาย’ ของ Divine Shooter ไม่มีปัจเจกชนคนหนึ่งคนใดที่มีลักษณะทั้งหมดของ Average Man เหมือนกับเป้าในการยิงที่อาจจะไม่เข้าเป้าในครั้งเดียว แต่การสังเกตบ่อยครั้งขึ้นจะพอมองว่าจุดกลางเป้าที่เป็นเป้าหมายนั้นอยู่ที่ตรงไหน²⁶ แนวคิดนี้ต้องการสื่อว่าค่าเฉลี่ยเป็นสิ่งสะท้อน

²⁶ Judy L. Klein, *Statistical visions in time: A history of the time series analysis, 1662 - 1938*, 122.

ถึงเป้าหมายเชิงอุดมคติที่ธรรมชาติจะมุ่งไปให้ถึง จึงอุปมาเหมือนกับเป้ายิงปืนซึ่งกระสุนปืนแต่ละนัดไม่ได้ตรงเป้าทั้งหมดแต่จะมีรอยกระสุนกระจายอยู่รอบๆ จุดกลางเป้า เกเตอเลต์ใช้มันทัศน์นี้เปรียบเทียบกับข้อมูลประชากรมนุษย์ที่ค่าเฉลี่ยของ Average Man เหมือนกับจุดกลางเป้า ส่วนค่าที่วัดจากมนุษย์ แต่ละรายเหมือนกับรอยกระสุนที่กระจายอยู่รอบค่าเฉลี่ย การศึกษาหาค่าเฉลี่ยโดยเก็บข้อมูลหลายๆ ครั้งจากประชากรจึงเหมือนการเข้าใกล้เป้าหมายที่ถูกกำหนดไว้ในธรรมชาติ การทำงานในแนวทางนี้อาจเรียกรวมๆ ว่าเป็นการหาลักษณะร่วมของประชากรกลุ่มใหญ่ กล่าวให้ถึงที่สุด ค่าคลาดเคลื่อนเป็นสิ่งที่ชี้ทางไปสู่ค่าเฉลี่ยหรือ เป้าหมายที่แท้จริงได้นั่นเอง ทั้งนี้ Stigler เห็นว่าการศึกษา Average Man เป็นเครื่องมือช่วยปรับลดผลจากความผันแปรต่างๆ ที่เกิดขึ้นในสังคมและเปิดเผยให้เห็นแบบแผนที่สม่ำเสมอ อันนำไปสู่กฎสังคมที่เกเตอเลต์เรียกว่า “Social Physics”²⁷

ทั้งหมดนี้ทำให้เข้าใจได้ว่า เมื่อมนุษย์ใช้งานข้อมูลเชิงตัวเลข ไม่ว่าจะใช้กับลักษณะทางกายภาพของสรรพสิ่ง (เช่น ส่วนสูง น้ำหนัก ปริมาตร ระยะทาง) หรือเกิดจากปรากฏการณ์ตามธรรมชาติ (แนวโคจรของดาวเคราะห์) จะต้องเผชิญกับความผันแปรและความคลาดเคลื่อนเสมอ เพราะศึกษาจากประชากรจำนวนมากหรือเป็นค่าที่ได้จากการวัดซึ่งผลการสังเกตที่มากครั้งย่อมจะได้ผลลัพธ์ในแต่ละครั้งไม่เท่ากัน การอาศัยเส้นโค้งปกติ

²⁷ Stephen M. Stigler, *The history of statistics: The measurement of uncertainty before 1900*, 171.

มาเป็นแบบแผนเปรียบเทียบจึงช่วยให้ผู้ศึกษาเข้าใจธรรมชาติของความคลาดเคลื่อนและประมาณค่าสิ่งที่ต้องการได้อย่างเหมาะสมขึ้น แนวทางการศึกษานี้เป็นพื้นฐานที่ทำให้สถิติถูกนำไปใช้กับศาสตร์ที่หลากหลาย เพราะศาสตร์เหล่านั้นต้องมีกระบวนการรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูลในหลายๆ มิติ ทั้งยังต้องจัดการกับข้อมูลเชิงตัวเลขที่มีความคลาดเคลื่อนจากการวัดค่าและบันทึกผล จนกล่าวได้ว่า ประวัติของเส้นโค้งปกติสะท้อนโลกทัศน์การนำแนวคิดทางสถิติไปประยุกต์ใช้งานและล้ำหน้ากว่าเป้าหมายการศึกษาคณิตศาสตร์ในแบบกรีก

ดังกรณีของเอมิล เดอร์ไคหม์ (Émile Durkheim ค.ศ. 1858-1917) ที่สนใจศึกษาถึงเงื่อนไขของเสถียรภาพทางสังคม (Conditions of Social Stability) ว่า สิ่งใดที่กำหนดและสิ่งใดที่ทำลายเสถียรภาพนี้ ในปี ค.ศ. 1887 เขาได้งานประจำที่มหาวิทยาลัยบอร์โดซ์และเริ่มการสอนรายวิชาสังคมศาสตร์ (Social Science) ซึ่งพัฒนาเป็นศาสตร์เฉพาะทางในภายหลังนั่นคือ สังคมวิทยา (Sociology) ทั้งนี้ เขายังได้เขียนตำราเกี่ยวกับการแบ่งบทบาทของคนสังคมและตำราเกี่ยวกับการฆ่าตัวตายด้วยความสำเร็จประการหนึ่งของเดอร์ไคหม์ คือ ได้สาธิตการศึกษาพฤติกรรมของมนุษย์ด้วยวิธีทางสังคมวิทยา (Sociological Approach to Human Behavior)²⁸ ศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นในลักษณะนี้คือการสร้างระเบียบวิธีวิเคราะห์ที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานการเก็บ

²⁸ Peter Watson, *Ideas: A history of thought and invention, from fire to Freud*, 655-656.

ข้อมูลทางสังคมและเป็นต้นกำเนิดวิธีวิทยาของการศึกษาทางสังคมศาสตร์ในปัจจุบัน ซึ่งสัมพันธ์กับโลกทัศน์ที่นำข้อมูลเชิงตัวเลขไปใช้ร่วมกับการสังเกต บันทึก และวิเคราะห์ข้อมูลในมิติที่หลากหลายภายใต้บริบททางภูมิปัญญาตามที่กล่าวมา

หากสรุปจากมุมมองในเชิงมหภาค การพัฒนาองค์ความรู้เรื่องเส้นโค้งปกติจึงเป็นส่วนหนึ่งในกระแสอิทธิพลของวิธีการทางวิทยาศาสตร์ มนุษย์เริ่มถือเอาโลกที่เต็มไปด้วยปรากฏการณ์ทางธรรมชาติและปรากฏการณ์สังคมเป็นวัตถุในการศึกษา เกิดแนวโน้มการตั้งหรือสกัดเอาสารสนเทศหรือระเบียบแบบแผนบางอย่างออกมาจากปรากฏการณ์เหล่านี้ การใช้ข้อมูลเชิงตัวเลขกับการศึกษาธรรมชาติและสังคมขยายตัวและเห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างวิทยาศาสตร์กับสังคมศาสตร์ที่ชัดเจนยิ่งขึ้น ทั้งหมดอยู่ภายใต้กรอบโลกทัศน์ที่ต้องการหาสารสนเทศอันแท้จริงในปรากฏการณ์ต่างๆ ซึ่งครอบคลุมทั้งผลงานการศึกษาทฤษฎีความน่าจะเป็นในแบบ Posteriori ของ เดอ มัวฟวร์ และเกาส์ ตลอดจนแนวคิด Average Man ของเกเตอเลต์ หรือเกิดการศึกษาด้านสังคมศาสตร์แบบที่ยึดถือระเบียบวิธีพื้นฐานในการรวบรวมข้อมูลและตีความเพื่อหาสารสนเทศทางสังคม

4. บทสรุป

บทความนี้ได้กล่าวถึงผลงานของนักคณิตศาสตร์และนักคิดในยุโรปช่วงศตวรรษที่ 18 – 19 ที่เกี่ยวข้องกับประวัติของเส้นโค้งปกติ โดยแยกแยะให้เห็นทิศทางการศึกษาทฤษฎีความน่า

จะเป็นในแบบ Posteriori ของเดอ มัวฟอร์ และเกาส์ ซึ่งได้ข้อสรุปว่า เหตุการณ์ภายใต้ 'ความไม่แน่นอน' อย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นทวินามแบบสมมาตรและภายใต้ 'ความคลาดเคลื่อน' ในกรณีการเก็บข้อมูลทางดาราศาสตร์ ล้วนแต่สัมพันธ์กับการแจกแจงปกติ ขณะที่อีกด้านหนึ่ง ผลการศึกษาข้อมูลทางสังคมของเกเตอเลต์เริ่มทำให้เห็นภาพของเส้นโค้งปกติเช่นกัน โดยที่สังคมยุโรปเองมีแนวโน้มการเก็บข้อมูลทางสถิติหลากหลายมิติและเป็นระบบมากยิ่งขึ้นตามพัฒนาการของรัฐสมัยใหม่ ข้อมูลที่ได้มาช่วยยืนยันว่าการกระจายตัวของข้อมูลตามตัวแบบนี้เป็นรูปแบบที่แน่นอนและพบได้ในหลายกรณี จนนำไปใช้ในรูปแบบอ้างอิงทางสถิติและตั้งชื่อเรียกว่าเส้นโค้งปกติ ทั้งยังช่วยยืนยันพลังของคณิตศาสตร์ที่สามารถก้าวล่วงเข้ามาในปริภูมิของสังคมศาสตร์และมีส่วนในพัฒนาการทางภูมิปัญญาครั้งสำคัญของสังคมตะวันตก

ผลของโลกทัศน์นี้ได้ปลดปล่อยสังคมจากความเชื่อเรื่องพลังลึกลับเบื้องหลังธรรมชาติ หันไปสู่การเข้าใจระเบียบแบบแผนหรือสารสนเทศที่ดำรงอยู่เองในโลกธรรมชาติ เป็นเหตุให้การศึกษาทันทีทางวิทยาศาสตร์และสังคมศาสตร์เริ่มปรับตัวเข้าสู่การใช้หลักฐานข้อมูลเชิงตัวเลขที่ต้องเก็บบันทึกพร้อมทั้งพัฒนาวิธีการทางสถิติและทฤษฎีความน่าจะเป็นเพื่อให้สามารถจัดการกับความไม่แน่นอนและความคลาดเคลื่อนต่างๆ การค้นหากฎธรรมชาติจึงขยายตัวตามมา ไม่เฉพาะการค้นหากฎทางวิทยาศาสตร์กายภาพที่ได้จากปรากฏการณ์เชิงรูปธรรม เช่น กฎแรงดึงดูด กฎการเคลื่อนที่ แต่ยังรวมถึงการแสวงหากฎเชิงคณิตศาสตร์ที่แฝง

อยู่ในปรากฏการณ์นามธรรมอีกหลากหลายมิติ เช่น เกมการพนัน การแจกแจงทวินาม ค่าความคลาดเคลื่อนของข้อมูลทางดาราศาสตร์และการกระจายตัวของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับประชากรมนุษย์ทั้งหมดยืนยันการมีอยู่ของตัวแบบที่คงที่และไม่แปรผัน แม้ว่าผลลัพธ์ในบางกรณีจะดำเนินไปอย่างสุ่ม ตัวแบบนี้คือเส้นโค้งปกตินั่นเอง

ประวัติของเส้นโค้งปกติจึงบ่งบอกถึงการขยายตัวของโลกทัศน์ทางภูมิปัญญาในสังคมตะวันตกหลังการปฏิวัติวิทยาศาสตร์ โดยมีพื้นฐานคือการพัฒนาระเบียบวิธีสำหรับค้นหาสารสนเทศต่างๆ ทั้งจากปรากฏการณ์ทางธรรมชาติและปรากฏการณ์ทางสังคมผ่านข้อมูลเชิงตัวเลข รวมทั้งแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างการพัฒนาทฤษฎีทางสถิติกับการเติบโตของรัฐสมัยใหม่และสังคมเมืองในช่วงศตวรรษที่ 18 – 19 เส้นโค้งปกติถือเป็นตัวอย่างหนึ่งของระเบียบแบบแผนในธรรมชาติ ขณะเดียวกันผลผลิตชิ้นนี้ก็สั่งสมความน่าเชื่อถือจนกลายเป็นเครื่องมือทางสถิติที่เป็นที่ยอมรับมากที่สุดชิ้นหนึ่ง และยังเป็นเครื่องยืนยันด้วยว่าจินตนาการตรรกะ อีกทั้งความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ หาใช่สิ่งที่หลุดลอยเป็นอิสระจากสังคม บริบททางประวัติศาสตร์ยังคงเป็นสิ่งสำคัญเสมอในการทำความเข้าใจสังคมมนุษย์และผลผลิตทางความคิดไม่ว่ายุคสมัยใดก็ตาม

บรรณานุกรม

- ราชบัณฑิตยสถาน. *พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์*
ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ:
นานมีบุ๊คส์พับลิเคชันส์, 2553.
- ศุภวิทย์ ถาวรบุตร. นิวตันและไลบ์นิทซ์: ความเหมือนที่แตกต่าง.
วารสารศิลปศาสตร์ 11, 2 (กรกฎาคม-ธันวาคม 2554):
102-117.
- แฮนดี, เดวิด เจ. สถิติ: ความรู้ฉบับพกพา. แปลจาก *Statistics: A
Very Short Introduction*, แปลโดย วิโรจน์ รุจิจนากุล.
กรุงเทพฯ: โอเพนเวิลด์ส์, 2555.
- Boyer, C. B. and Merzbach, U. C. *A history of mathematics*.
2nd Edition. New York: Wiley, 1989.
- Fendler, L. and Muzaffar, I. The history of the bell curve: Sorting
and the idea of normal *Educational Theory* 58, 1 (2008):
63-82.
- Gorroochurn, P. *Classic problems of probability*. Hoboken, N.J.:
John Wiley & Sons, 2012.
- Klein, J. L. *Statistical visions in time: A history of the time series
analysis, 1662 - 1938*. New York, NY: Cambridge
University Press, 1997.
- Stigler, S. M. *The history of statistics: The measurement of
uncertainty before 1900*. Cambridge, Mass.: Belknap
Press of Harvard University Press, 1986.

Tarnas, R. *The passion of the western mind: Understanding the ideas that have shaped our world view*. London: Pimlico, 1996.

Watson, P. *Ideas: A history of thought and invention, from fire to Freud*. New York: HarperCollins, 2005.